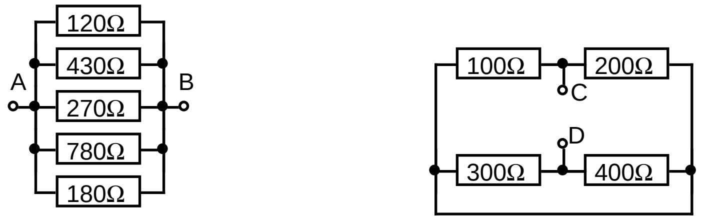
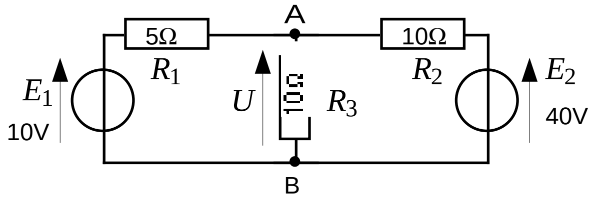
A12-1- Calculer les résistance R_{AB} et R_{CD} équivalentes aux circuits :



A12-2- Calculer U, ddp aux bornes de R_3, par l' une dess méthodes suivantes :

a) en appliquant les lois de Kirchhoff (loi des mailles, loi des nœuds, loi d'Ohm) ;
b) en appliquant le théorème de superposition ;
c) en appliquant le théorème de Millman
d) en transformant les branches E_1 R_1 et E_2 R_2 en leur modèle équivalent de Norton.



A12-3-

Une charge est alimentée par un pont de transistors, modélisés par des interrupteurs parfaits ouverts ou fermés. Les deux sources sont des sources de tension continue.

Le pont n'a que deux états de conduction :

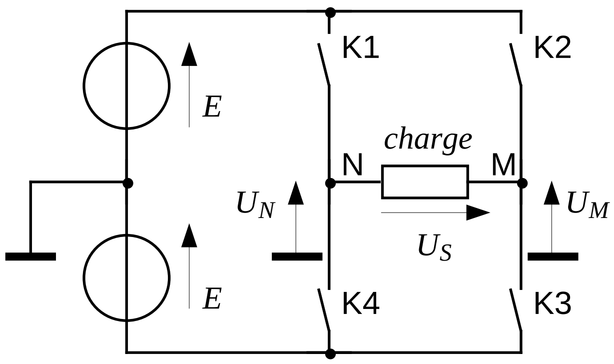
- K1, K3 fermés et K2, K4 ouverts
- K1, K3 ouverts et K2, K4 fermés

Pour un certain mode de fonctionnement, la durée de l'état "K1, K1 fermés" est de 0,5 s. et la durée de l'état "K2, K4 fermés" est de 1,5 s.

1°) tracer pour deux périodes la courbe représentant U_M en fonction du temps

2°) même question pour U_N

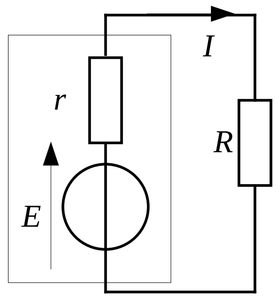
3°) même question pour U_S



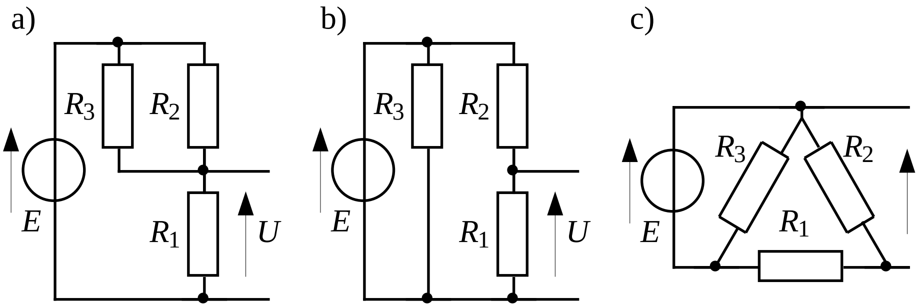
A12-4- Un accumulateur de fem E = 3,6 V et de résistance interne r = 20 mΩ débite pendant une heure un courant I dans une charge purement résistive R = 0,7 Ω.

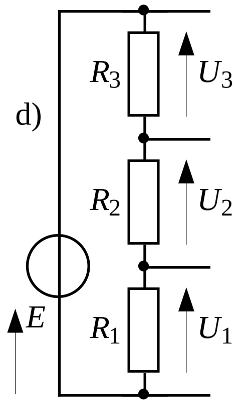
1) Calculer la puissance totale P délivrée par l'accumulateur, la puissance utile P_u transmise à la charge et la puissance P_J perdue par effet Joule dans ce générateur.

2) Calculer l'énergie totale W délivrée par l'accumulateur.



A12-5- Calculer la ou les tension(s) de sortie U, sachant que :
E = 10 V ; R_1 = 100Ω ; R_2 = 200Ω ; R_3 = 150Ω



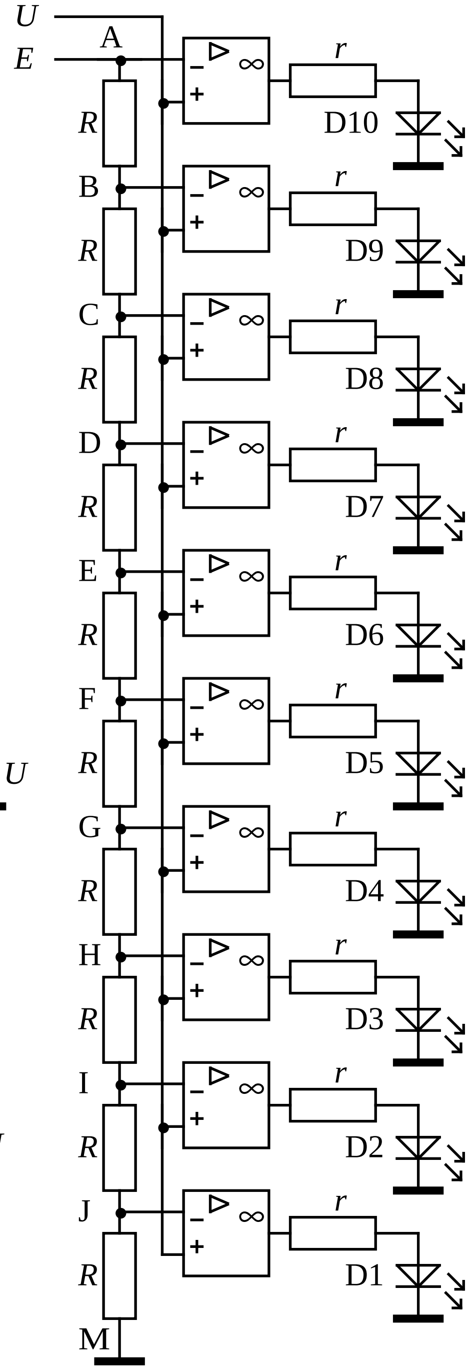


A12-6- Bargraph : un *bargraph* comprend dix *DELs*, chaque diode étant commandée par un AOP supposé parfait fonctionnant en comparateur tout-ou-rien *(fig. ci-contre)* de la façon suivante : *si* $V_+ > V_-$ *alors DEL* allumée *sinon DEL* éteinte. (V_+ = tension présente sur l'entrée marquée "+" de l'AOP, V_- tension sur l'entrée "–").
La tension de référence E est fixe et vaut 10 V. La tension d'entrée U est variable.

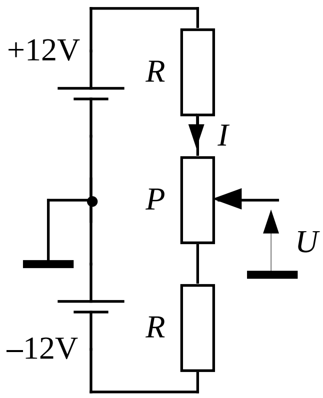
a) Calculer les tensions V_{AM}, V_{BM}, V_{CM}, ... V_{JM}.

b) Si U = 3,14 V, quelles sont les *LEDs* allumées ?

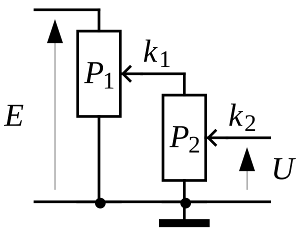
c) A quelle condition sur U les *LEDs* sont-elles toutes éteintes ? Ou toutes allumées ?



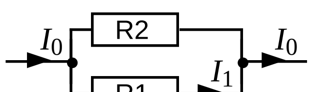
A12-7-
Pont diviseur bipolaire :
on dispose d'une alimentation symétrique ±12V. On désire fournir en sortie (à vide) une tension U réglable entre +1V et –1V. Pour cela on envisage le montage ci-contre. On choisit I = 1 mA. Calculer R et P.



A12-8-
Montage potentiométrique double :
le potentiomètre P_2 fonctionne à vide. Les positions des curseurs sont repérées par les facteurs k_1 et k_2 ($0 \le k_1$, $k_2 \le 1$). On pose $a = P_1/P_2$. Exprimer U en fonction de E, k_1, k_2, a.
A.N : E = 12V ; $P_1 = P_2$ = 100kΩ, k_1 = 0,5 ; k_2 = 0,3.

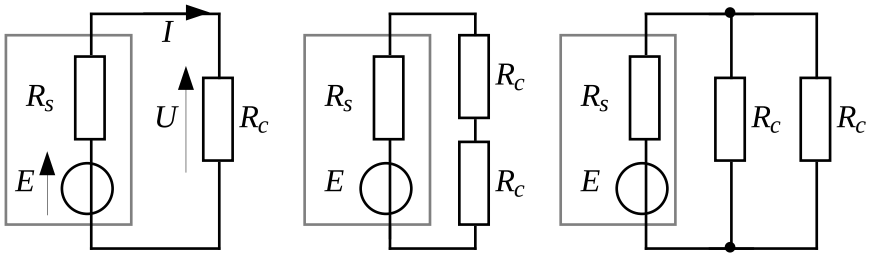


A12-9-
Pont diviseur de courant :
établir la relation $I_1 = f(I_0)$



A12-10- Charge d'un amplificateur : on dispose d'un amplificateur stéréophonique de puissance nominale 100W par canal. Chaque enceinte acoustique présente une impédance nominale de 8Ω. Pour améliorer la répartition du son dans le volume d'écoute, on veut ajouter une enceinte de même caractéristique par canal. Comment faut-il brancher celle-ci ?

a) Pour modéliser cette question, on considère un générateur [E, R_s] qui se compose d'une source de fem continue E et d'une impédance interne R_s = 8Ω. Il débite dans une charge R_c = 8Ω une puissance P_u = 100W. Calculer E, P_F (puissance fournie par la source idéale E) ainsi que le rendement du système $\eta = \dfrac{P_u}{P_F}$.



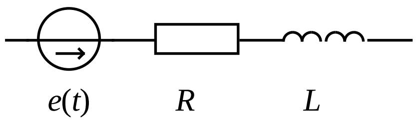
On alimente maintenant deux charges R_c identiques (8Ω) avec le même générateur [E, R_s]. Calculer P_u, P_F et η dans les deux cas suivants :

b) les deux charges sont connectées en série ; **c)** les deux charges sont connectées en parallèle.

d) Conclusion : quel branchement choisir pour optimiser l'utilisation du générateur ?

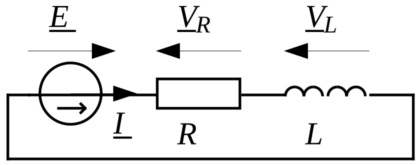
A12-11- Adaptation d'impédance sur un capteur inductif

a) Un capteur inductif est assimilable à un générateur de fem interne $e(t) = E\sqrt{2}\sin\omega t$, où E = 35 mV, fréquence f = 10 kHz, en série avec une impédance interne $\underline{Z} = R + jL\omega$. La résistance R vaut 180 Ω et le module de son impédance vaut $|\underline{Z}|$ = 1500 Ω à 10 kHz. Calculer L.



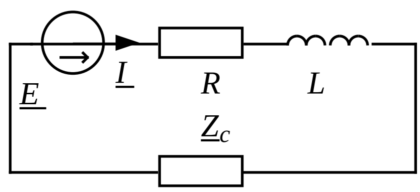
b) On pose : $\varphi = \arg \underline{Z}$. Calculer φ

c) On considère le cas où le capteur est branché en court-circuit. Soit $i(t)$ le courant débité. Etablir l'expression littérale de $i(t)$ en fonction de E, R, L, ω, φ. A.N. : calculer I_{eff}.



d) En déduire la puissance active dissipée dans le capteur.

Le capteur est maintenant branché sur une charge $\underline{Z}_c$. On pose : $\underline{Z}_c = r + jX$.



e) Etablir l'expression littérale de la valeur efficace du courant débité I_{eff} en fonction de E, R, r, L, X, ω.

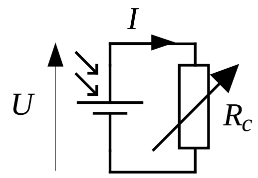
f) En déduire l'expression de la puissance active P_u transmise à la charge.

g) Monter que cette puissance est maximale pour une certaine valeur de l'impédance de charge $\underline{Z}_{co}$ dont on précisera les éléments r_o et X_o en fonction de r, L et ω.

h) Quelle est la nature de cette charge ? Préciser la valeur numérique de ses éléments à f = 10 kHz.

i) A.N. : calculer dans ces conditions I_{eff} et la puissance transmise P_u .

A12-12- Générateur photovoltaïque



Une cellule solaire, soumise à un éclairage constant, est connectée à une résistance de charge variable R_c. Les mesures de la tension de sortie U et du courant débité I ont donné les vingt valeurs suivantes :

point	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
U [V]	2,17	2,10	2,00	1,90	1,80	1,60	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,21
I [mA]	0,00	0,71	1,23	1,53	1,73	1,88	1,94	1,96	1,97	1,99	1,99	2,00	2,00	2,01	2,00	2,01	2,02	2,02	2,02	2,02

a) Tracer la caractéristique I = f(U)

b) Quelle est la valeur de la tension à vide U_0 ? du courant de court-circuit I_{cc} ?

c) En admettant une variation inférieure à 5% du courant de sortie, indiquer sur cette courbe la zone de fonctionnement de cette cellule en tant que générateur de courant. Donner son schéma équivalent. En déduire la valeur de sa conductance interne G_s pour ce type de fonctionnement.

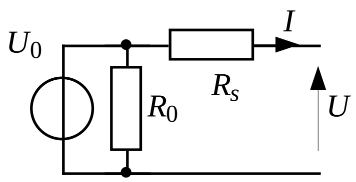
d) En admettant une variation inférieure à 5% de la tension de sortie, indiquer sur cette courbe la zone de fonctionnement de cette cellule en tant que générateur de tension. Donner son schéma équivalent. En déduire la valeur de sa résistance interne R_s pour ce type de fonctionnement.

e) Soit P_u la puissance fournie à la charge. Tracer les courbes P_u = f(U) et P_u = f(R_c). Quel point de mesure réalise l'adaptation d'impédance ?

A12-13- Utilisation optimale d'un accumulateur NiMH

On donne pour un élément NiMH les caractéristiques suivantes : tension nominale (U_0) : 1,2 V ; "capacité" (Q) : 2400 mAh ; résistance interne (R_s) : 50 mΩ ; autodécharge : 20% par mois.

Le schéma équivalent de l'élément est indiqué ci-contre. La résistance R_0 modélise l'autodécharge (l'élément perd 20% de sa charge en un mois si non utilisé ni rechargé).



a) Exprimer en coulombs la quantité d'électricité emmagasinée Q, encore appelée "charge" ou "capacité" de l'accumulateur.

b) Combien faudrait-il de "supercondensateurs" de capacité 10 F chargés sous 5 V pour emmagasiner la même quantité d'électricité ?

c) Calculer la quantité d'énergie contenue dans l'accumulateur, en joules puis en watt-heures.

d) Calculer le courant de court-circuit I_{cc}. En déduire la durée minimum $t_{\min}$ d'une décharge complète.

(⚠ : Danger ! Ne pas effectuer une telle manipulation, qui présente des risques et provoquerait en outre la destruction définitive de l'élément !)

e) Calculer R_0 (on adoptera conventionnellement une durée de 30 jours pour un mois).

f) La batterie alimente une charge résistive R_c. Soit I le courant traversant cette charge, P_F la puissance fournie par la batterie, P_u la puissance reçue par la charge, $\eta = P_u/P_F$ le rendement. On néglige la puissance dissipée dans R_0. On pose $x = I/I_{cc}$. Établir les relations P_u = f(x, U_0, I_{cc}) et η = g(x, U_0, I_{cc}).

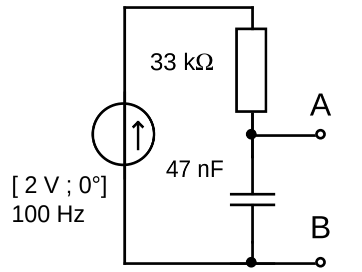
g) Calculer les paramètres (puissance, courant, rendement, temps de décharge) pour le point de fonctionnement où P_u est maximale.

A12-14- Soit un circuit RL série, avec R = 20 Ω ; L = 70 mH. Calculer les tensions $\underline{V_R}$ (tension aux bornes de R), $\underline{V_L}$ (tension aux bornes de L), $\underline{V_{RL}}$ (tension totale aux bornes du circuit RL), pour :
a) $i(t) = 3 \sin(2\pi 50 t)$; b) $i(t) = 3 \sin(2\pi 500 t)$

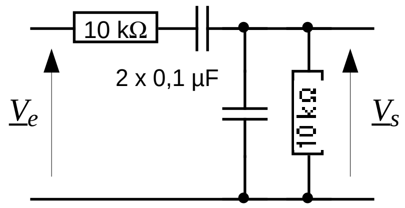
A12-15- Calculer le courant qui circule dans un circuit RC série, alimenté en 230 V efficaces, 50 Hz, avec : R = 47 kΩ ; C = 22 nF .

A12-16- Un dipôle série constitué d'une résistance et d'une réactance est soumis à une tension $u(t) = 20 \sin(2\pi 50 t)$. Il est parcouru par un courant d'amplitude 58 mA déphasé de +25° par rapport à u. Préciser la nature et la valeur des composants qui le constituent.

A12-17- Calculer la tension vue entre les points A et B :

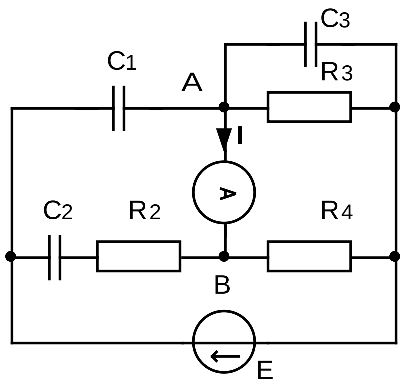


A12-18- En appliquant la règle du pont diviseur de tension, montrer que la tension de sortie est en phase avec la tension d'entrée pour une certaine fréquence que l'on calculera :

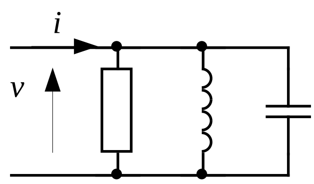


A12-19- Un bobinage de moteur asynchrone monophasé est équivalent à un circuit RL série avec R = 120 Ω ; L = 0,1 H ; f = 50 Hz. On connecte en série un condensateur C. Soit $\underline{V}$ la tension aux bornes du circuit RL, et $\underline{U}$ la tension totale (aux bornes du circuit RLC). Calculer C pour que la tension $\underline{V}$ soit en quadrature par rapport à $\underline{U}$.

A12-20- On considère le pont d'impédances suivant :
a) Calculer R_2 et C_2 sachant que le pont est équilibré pour f = 48 Hz, R_3 = 4260 Ω, C_3 = 1,96 nF, R_4 = 1 kΩ, C_1 = 50 pF.
b) C_2, R_2 est un capteur capacitif d'humidité constitué de disques de 20mm de diamètre séparés par un diélectrique d'épaisseur e = 3mm. Calculer la constante diélectrique relative ε_r sachant que $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \dfrac{S}{e}$



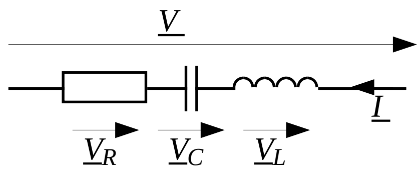
A12-21- Soit $\underline{Z}$ l'impédance totale du circuit :
Soit R = 4,7 kΩ , L = 10 mH ; C = 0,1 µF.
a) Que vaut l'impédance Z lorsque v est une tension continue ?
b) Que vaut l'impédance Z lorsque v est une tension sinusoïdale pure dont la fréquence tend vers l'infini ?



c) En f = 3000 Hz puis f = 8000 Hz calculer la pulsation ω, et l'impédance $\underline{Z}$.
d) Calculer la fréquence f_0 pour laquelle $\underline{Z}$ est purement résistive.
e) Indiquer sur papier libre, en échelle linéaire, l'allure de la fonction $|\underline{Z}(f)|$.
f) Pour $f < f_0$, ce circuit est-il inductif ou capacitif ? Pourquoi ?

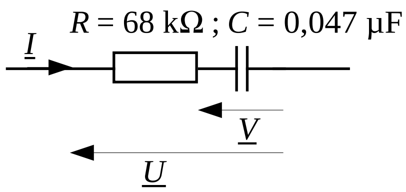
ISBN 2-9520781-1-4 http://www.syscope.net EAN 9782952078115

A12-22-

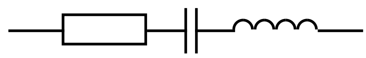


a) Donner l'expression complexe des tensions $\underline{V}_R$, $\underline{V}_L$, $\underline{V}_C$ en fonction de l'intensité du courant $\underline{I}$ et des composants *(R, L, C)*.
b) Exprimer le rapport $\underline{I}$ / $\underline{V}$. Que représente-t-il ?
c) En déduire le module de $\underline{I}$ en fonction de *R, L, C,* ω, *V*.
d) Quelle est la valeur ω_0 de la pulsation de résonance série conduisant à une intensité du courant maximale ? En déduire la valeur numérique de la fréquence de résonance f_0.
e) Donner l'expression de la puissance active *P* dissipée par effet Joule dans la résistance *R* en fonction de *R, L, C,* ω, *V*.

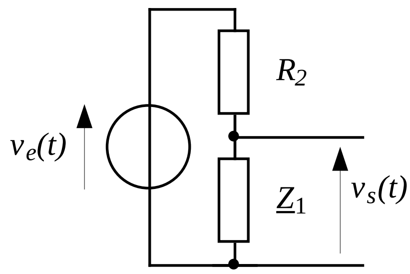
A12-23-



La tension $u(t)$ appliquée aux bornes du dipôle RC ci-contre est : $u(t) = 10\sqrt{2}\sin(2\pi f t)$.
a) Etablir les expressions littérales du module et de l'argument de l'impédance $\underline{Z}$ de ce dipôle en fonction de la fréquence *f*. A.N. : calculer $|\underline{Z}|$ et arg($\underline{Z}$).
b) Calculer la valeur efficace et la phase du courant $i(t)$ qui le traverse.
c) Calculer la valeur efficace et la phase de la tension $v(t)$ mesurée aux bornes du condensateur.
d) Calculer la valeur de l'inductance qu'il faudrait ajouter en série avec ce dipôle pour obtenir une impédance totale purement réelle :



A12-24-



1°) Calculer l'impédance d'un condensateur de 100 µF pour une fréquence f = 160 Hz.
2°) Même question pour une inductance de 10 mH
3°) Le pont diviseur de tension est à vide.
On donne : R_2 = 10 Ω ; $v_e(t) = 230\sqrt{2}\sin(2\pi 160 t)$
a) Calculer $v_s(t)$ si $\underline{Z}_1$ est une résistance de valeur 24 Ω.
b) Même question si $\underline{Z}_1$ est un condensateur de valeur 100 µF
c) Même question si $\underline{Z}_1$ est une inductance de valeur 10 mH

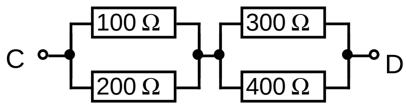
REPONSES

A12-1-

a) $\dfrac{1}{R_{AB}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \ldots + \dfrac{1}{R_5}}$ $\Rightarrow$ on calcule R_{AB} en utilisant la touche x^{-1} de la calculatrice :

$$R_{AB} = \left(120^{-1} + 430^{-1} + 270^{-1} + 780^{-1} + 180^{-1}\right)^{-1} \approx 47{,}17\ \Omega$$

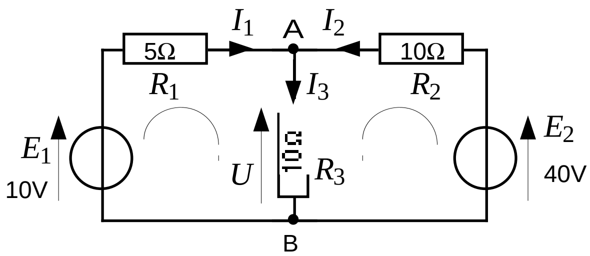
b) On calcule R_{CD} après avoir redessiné le circuit sous une forme plus classique :



$$\Rightarrow R_{CD} = \left(100^{-1} + 200^{-1}\right)^{-1} + \left(300^{-1} + 400^{-1}\right)^{-1} \approx 238\ \Omega$$

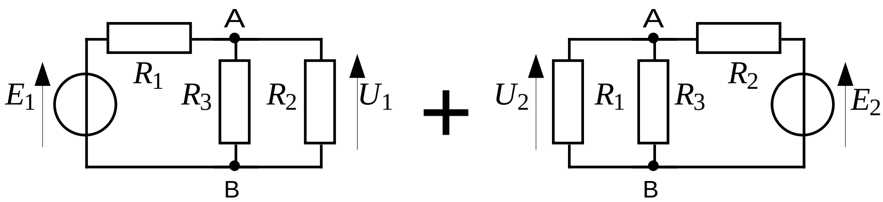
A12-2-

a) ***Lois de Kirchhoff :*** on résoud un système de 4 équations à 4 inconnues (I_1, I_2, I_3, U) :



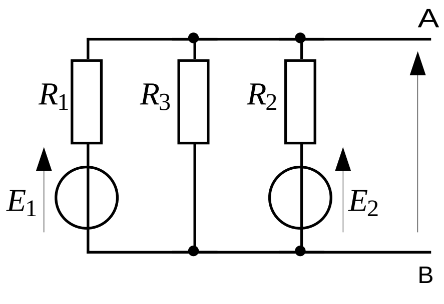
$$\begin{cases} E_1 - R_1 I_1 - U = 0 & (loi\ \ des\ \ mailles) \\ E_2 - R_2 I_2 - U = 0 & (loi\ \ des\ \ mailles) \\ U = R_3 I_3 & (loi\ \ d'ohm) \\ I_3 = I_1 + I_2 & (loi\ \ des\ \ noeuds) \end{cases}$$

b) ***Théorème de superposition :***



$$U = U_1 + U_2 = \frac{\dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{\dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1} E_1 + \frac{\dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}{\dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2} E_2 \qquad \textit{(ponts diviseurs de tension)}$$

c) ***Théorème de Millman :*** on applique le théorème de Millman avec trois branches, la troisième branche étant formée d'un "générateur" de fem nulle en série avec la résistance R_3 :

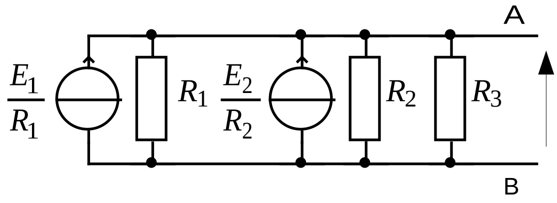


$$U = \frac{G_1 E_1 + G_2 E_2 + G_3 .0}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} + \dfrac{E_2}{R_2} + 0}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}}$$

d) ***Modèle de Norton :*** la somme des courants est appliquée aux trois résistances disposées en

ISBN 2-9520781-1-4 http://www.syscope.net EAN 9782952078115

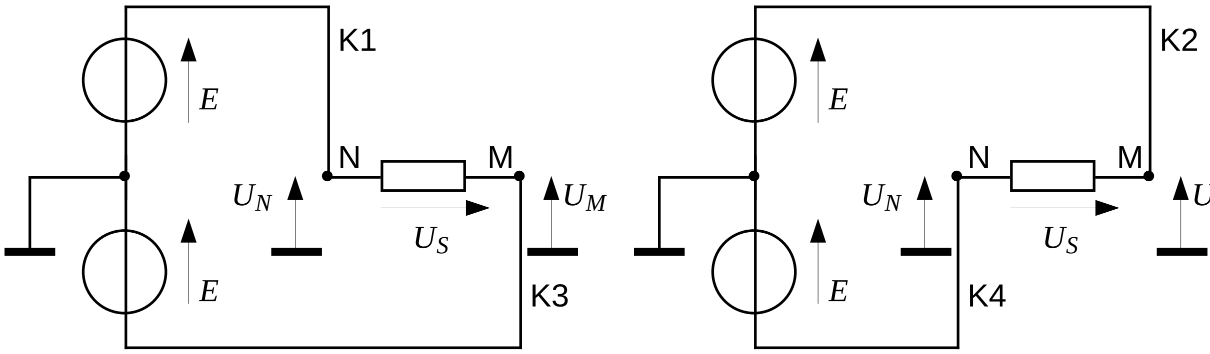
parallèle :



$$U = R_{eq} I = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}\left(\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}\right)$$

$$\Rightarrow U = \frac{R_2R_3E_1 + R_1R_3E_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} = 15\text{ V}$$

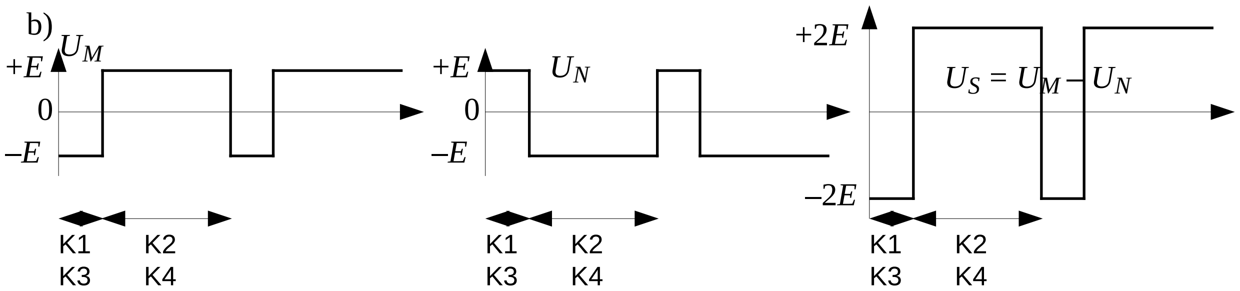
A12-3- a) *Lecture du schéma :*



K1, K3 fermés ; K2, K4 ouverts
$U_M = -E$; $U_N = +$ E

K1, K3 ouverts ; K2, K4 fermés
$U_M = +E$; $U_N = -$ E

b)



A12-4-

$I = \dfrac{E}{R+r} = 5A$ ($\Rightarrow$ décharge de l'accumulateur = 5 Ampères-heure)

$\Rightarrow P = UI = 18$ W ; $P_u = RI^2 = 17{,}5$ W ; $P_J = rI^2 = 0{,}5$ W

$W = Pt = 64800$ J

A12-5- a) $U = \dfrac{R_1}{R_1 + \dfrac{R_2.R_3}{R_2+R_3}} E = 5{,}38$ V

b) Le générateur de fem E étant parfait, la résistance R_3 ajoutée au circuit n'a aucune influence sur la la tension de sortie. Il reste donc : $U = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}E = 3{,}33$ V

c) Même remarque. $U = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}E = 6{,}66$ V

ISBN 2-9520781-1-4 EAN 9782952078115

d) $U_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}E = 2{,}22$ V ; $U_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3}E = 4{,}44$ V ; $U_3 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}E = 3{,}33$ V

A12-6- Bargraph :

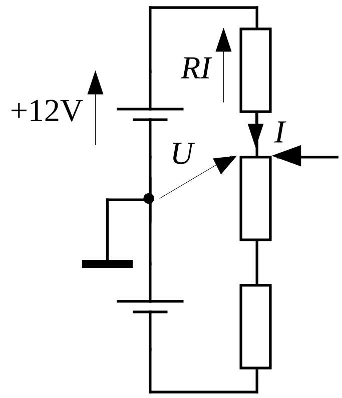
a) Tensions entre les points A, B, ..., J et la masse :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
E	0,9E	0,8E	0,7E	0,6E	0,5E	0,4E	0,3E	0,2E	0,1E	
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	[V]

b) ⇒ les *DELs* 1, 2 et 3 sont allumées.
c) Toutes *DELs* éteintes ⇔ $U < 1$ V ; toutes *DELs* allumées ⇔ $U > 10$ V

A12-7- Pont diviseur bipolaire :

$R_{\text{totale}} = 2R + P = \dfrac{U}{I} = \dfrac{24}{10^{-3}} = 24\ \text{k}\Omega$



Si on suppose que le curseur du potentiomètre est par exemple en position haute *(fig.)*, alors $U = 1$ V .
Donc dans la maille supérieure :
$12 - RI - U = 0 \Rightarrow 12 - RI - 1 = 0 \Rightarrow RI = 11\ \text{V} \Rightarrow R = 11\ \text{k}\Omega$.
D'où : $P = R_{\text{totale}} - 2R = 2\ \text{k}\Omega$

A12-8- Montage potentiométrique double :

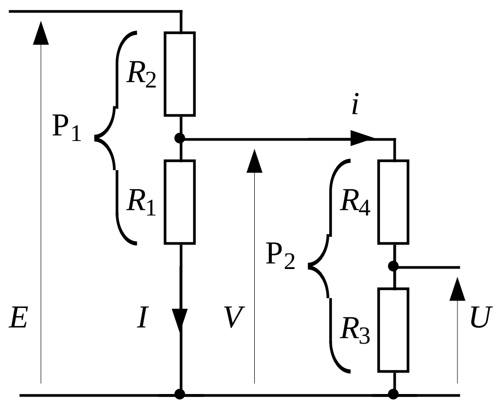
Le potentiomètre P_1 est chargé par le potentiomètre P_2. Le montage se ramène au schéma suivant :

$P_1 = R_1 + R_2$

$k_1 = \dfrac{R_1}{P_1} = 0{,}5 \Rightarrow R_1 = 50\,\text{k}\Omega \;\; et \;\; R_2 = 50\,\text{k}\Omega$

$P_2 = R_3 + R_4$

$k_2 = \dfrac{R_3}{P_2} = 0{,}3 \Rightarrow R_3 = 30\,\text{k}\Omega \;\; et \;\; R_4 = 70\,\text{k}\Omega$



Calcul direct à partir des valeurs des résistances :

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{R_3}{R_3 + R_4}V \\ V &= \frac{R_{eq}}{R_2 + R_{eq}}E \\ R_{eq} &= \frac{R_1(R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4} \end{aligned}\right\} \Rightarrow U = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \frac{\dfrac{R_1(R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4}}{R_2 + \dfrac{R_1(R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4}} E = \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} E \approx 1{,}44 \text{ V}$$

Calcul à partir des paramètres :

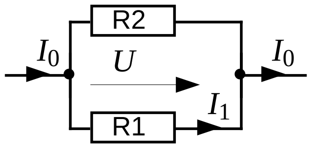
$$\left.\begin{aligned} U &= k_2 V \\ V &= \frac{R_{eq}}{R_2+R_{eq}}E = \frac{R_{eq}}{(1-k_1)P_1+R_{eq}}E \\ R_{eq} &= \frac{R_1P_2}{R_1+P_2} = \frac{k_1P_1P_2}{k_1P_1+P_2} = \frac{k_1P_1}{k_1a+1}\end{aligned}\right\} \Rightarrow U = k_2 \frac{\dfrac{k_1P_1}{k_1a+1}}{(1-k_1)P_1+\dfrac{k_1P_1}{k_1a+1}}E = \frac{k_1k_2E}{1+k_1(1-k_1)a} \approx 1{,}44\text{ V}$$

Remarque : si $P_1 << P_2$, soit $a << 1$, alors le courant i débité par P_1 vers P_2 est négligeable par rapport au courant I qui traverse P_1. On peut donc considérer que P_1 fonctionne à vide ($i \approx 0$). Il vient :

$$\left.\begin{aligned} U &= k_2.V \ \ (\textit{calcul exact}) \\ V &\approx k_1.E \ \ (\textit{calcul approché})\end{aligned}\right\} \Rightarrow U \approx k_1.k_2.E = \frac{R_1.R_3}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}E$$

A12-9- Pont diviseur de courant :

$$\left.\begin{aligned} U &= R_1 I_1 \\ U &= R_{eq} I_0\end{aligned}\right\} \Rightarrow I_1 = \frac{R_{eq}}{R_1}I_0 = \frac{\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}}{R_1}I_0 = \frac{R_2}{R_1+R_2}I_0$$



A12-10- Charge d'un amplificateur :

a) ***Charge unique :*** soit I le courant débité par le générateur et U la tension aux bornes de la charge :

$$P_u = R_c.I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P_u}{R_c}} = \sqrt{\frac{100}{8}} \approx 3{,}54\text{A} \Rightarrow E = (R_s + R_c).I = 16.3{,}54 \approx 56{,}6\text{ V}$$

La puissance fournie par la source vaut donc : $P_F = E.I = 3{,}54.56{,}6 = 200$ W

Et le rendement : $\eta = \dfrac{P_u}{P_F} = 50\%$

b) Charges en série : charge totale = $2R_c$ = 16 Ω. On calcule : $I = \dfrac{E}{R_s+R_c} = \dfrac{56{,}6}{8+16} \approx 2{,}36$ A

$$\left.\begin{aligned} P_u &= R_c.I^2 = 16.2{,}36^2 \approx 89\text{ W} \\ P_F &= E.I = 56{,}6.2{,}36 \approx 133\text{ W}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \eta = \frac{P_u}{P_F} = \frac{89}{133} \approx 67\%$$

c) Charges en parallèle : charge totale = $R_c/2$ = 4 Ω. On calcule : $I = \dfrac{E}{R_s+R_c} = \dfrac{56{,}6}{8+16} \approx 4{,}72$ A

$$\left.\begin{aligned} P_u &= R_c.I^2 = 4.4{,}72^2 \approx 89\text{ W} \\ P_F &= E.I = 56{,}6.4{,}72 \approx 267\text{ W}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \eta = \frac{P_u}{P_F} = \frac{89}{267} \approx 33\%$$

$I = \dfrac{E}{R_c+R_s}$ et $U = E\dfrac{R_c}{R_c+R_s}$ (pont diviseur de tension) $\Rightarrow P_u = U.I = E^2\dfrac{R_c}{(R_c+R_s)^2}$

$\Rightarrow E = (R_c+R_s)\sqrt{\dfrac{P_u}{R_c}} \approx 56{,}6$ V . Comme $R_s = R_c$, $P_F = P_u$ et $\eta = 50\%$.

d) Le cas a) est le cas nominal. Le cas b) est intéressant, car il allie une puissance utile encore confortable (90W) à un rendement acceptable (près de 70%). Le cas c) est à rejeter, car il impose un échauffement excessif du générateur (près de 180W à dissiper).

A12-11- Adaptation d'impédance sur un capteur inductif

a) $|\underline{Z}|^2 = R^2 + L^2\omega^2 \Rightarrow L = \dfrac{\sqrt{|\underline{Z}|^2 - R^2}}{2\pi f} = \dfrac{\sqrt{1500^2 - 180^2}}{2\pi 10000} \approx 23{,}7$ mH

b) $\cos\varphi = \dfrac{R}{|\underline{Z}|} = 0{,}12 \Rightarrow \varphi \approx 83°$

c) $\underline{E} = \underline{Z}\,\underline{I} \Rightarrow i(t) = \dfrac{E\sqrt{2}}{|\underline{Z}|}\sin(\omega t - \varphi) \;\Rightarrow\; I_{\text{eff}} = \dfrac{35.10^{-3}}{1500} \approx 23{,}3$ µA

d) $P_a = R.I_{\text{eff}}^2 \approx 0{,}1$ µW

e) $I_{\text{eff}} = \dfrac{E}{\sqrt{(R+r)^2 + (L\omega + X)^2}}$

f) $P_u = r.I_{\text{eff}}^2 = \dfrac{r}{(R+r)^2 + (L\omega + X)^2}E^2$

g) Pour que cette puissance soit maximale, il faut que le dénominateur soit minimal, donc que :
1°) $L\omega + X = 0 \Rightarrow X = -L\omega \Leftrightarrow$ cette réactance négative doit être celle d'un condensateur puisque :
- l'impédance d'une bobine est $\underline{Z}_L = jL\omega = jX_L$ (donc $X_L > 0$)
- l'impédance d'un condensateur est $\underline{Z}_C = \dfrac{1}{jC\omega} = -\dfrac{j}{C\omega} = jX_C$ (donc $X_C < 0$)

D'où : $-\dfrac{1}{C\omega} = -L\omega \Rightarrow C_0 = \dfrac{1}{L(2\pi f)^2}$

On en déduit : $P_u = \dfrac{r}{(R+r)^2}E^2$.

2°) Cette dernière expression admet un extremum si sa dérivée est nulle. En dérivant P_u par rapport à r, il vient :

$$P_u = \frac{r}{R^2 + 2Rr + r^2}E^2 \Rightarrow \frac{dP_u}{dr} = \frac{R^2 + 2Rr + r^2 - r(2R + 2r)}{D^2}E^2 = \frac{R^2 - r^2}{D^2}E^2 = 0 \quad pour \quad r_0 = R$$

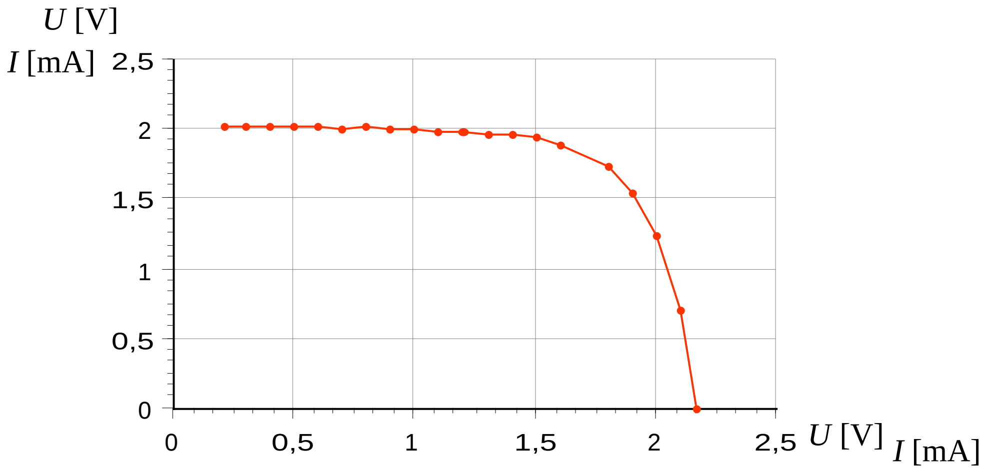
En admettant que cet extremum est un maximum, la puissance P_u est donc maximale pour : $r_0 = R$.

h) Cette charge est capacitive. On trouve (pour f = 10 kHz) : $C_0 \approx 10$ nF et $r_0 = 180\ \Omega$

i) $I_{\text{eff}} = \dfrac{E}{R + r_0} = \dfrac{35.10^{-3}}{2.180} \approx 100$ µA et $r = R \Rightarrow P_u = \dfrac{E^2}{4R} \approx 1{,}7$ µW.

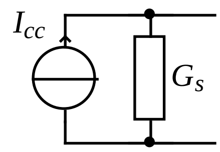
A12-12- Générateur photovoltaïque

a)



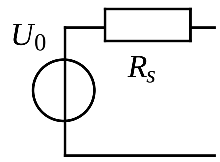
b) U_0 = 2,17 V ; I_{cc} = 2,02 mA

c) En admettant une variation maximale de 5% du courant de sortie, soit 0,95.I_{cc} ≈ 1,92 mA, on constate que la cellule se comporte en générateur de courant du point 7 au point 20, avec un pente moyenne qui vaut :



$$G_s = \left|\frac{\Delta I}{\Delta U}\right| = \frac{(2{,}02-1{,}94).10^{-3}}{1{,}50-0{,}21} \approx 62 \text{ µS soit une résistance interne} \approx 16 \text{ k}\Omega .$$

d) En admettant une variation maximale de 5% de la tension de sortie, soit 0,95.U_0 ≈ 2,06 V, on constate que la cellule se comporte en générateur de tension du point 1 au point 2, avec un pente qui vaut :

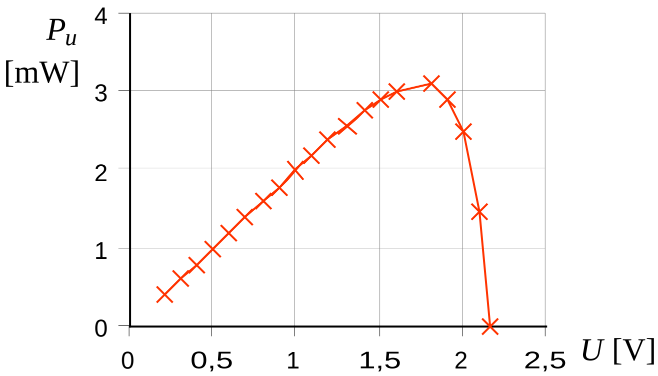


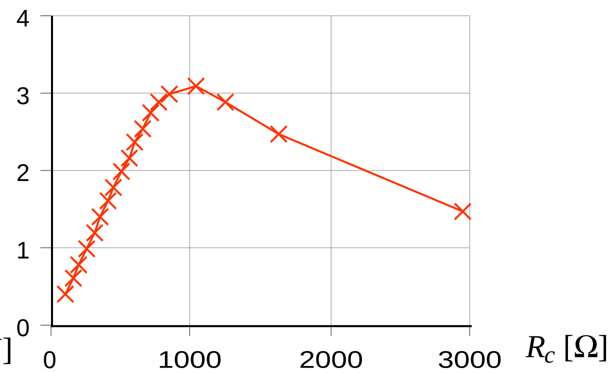
$$R_s = \left|\frac{\Delta U}{\Delta I}\right| = \frac{2{,}17-2{,}10}{0{,}71.10^{-3}} \approx 100\ \Omega .$$

⚠ Dans cet exemple, $R_s \neq \dfrac{1}{G_s}$!

e) $P_u = U.I$; $R_c = U/I$:

point	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
U [V]	2,17	2,10	2,00	1,90	1,80	1,60	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,21
I [mA]	0	0,71	1,23	1,53	1,73	1,88	1,94	1,96	1,97	1,99	1,99	2,00	2,00	2,01	2,00	2,01	2,02	2,02	2,02	2,02
Pu [mW]	0	1,49	2,46	2,91	3,11	3,01	2,91	2,74	2,56	2,39	2,19	2,00	1,80	1,61	1,40	1,21	1,01	0,81	0,61	0,42
Rc [Ω]	∞	2958	1626	1242	1040	851	773	714	660	603	553	500	450	398	350	299	248	198	149	104





On constate que la puissance maximale est de l'ordre de 3 mW, pour une charge adaptée voisine du kΩ (⇒ adaptation d'impédance au point de mesure n° 5).

A12-13- Accumulateur NiMH

a) $Q = I.t$ = 2,4.3600 = 8640 Cb

b) Charge d'un supercondensateur de 10 F sous 5 V : $Q = C.V$ = 10.5 = 50 Cb

Il faudrait donc 8640/50 ≈ 173 supercondensateurs de ce type pour emmagasiner la même charge !

c) $W = U_0.I.t = U_0.Q$ = 1,2.8640 = 10368 J ≈ 2,88 Wh (1 Wh = 3600 J)

d) $I_{cc} = \dfrac{U_0}{R_s} = \dfrac{1{,}2}{0{,}05} = 24 \text{ A} \Rightarrow t_{\min} = \dfrac{Q}{I_{cc}} = \dfrac{8640}{24} = 360 \text{ s} = 6 \text{ mn}$

e) Le courant d'autodécharge est :

$$i = \frac{0{,}3Q}{t} = \frac{0{,}2.2{,}4.3600}{30.24.3600} = 0{,}67 \text{ mA}$$

L'élément n'étant pas connecté, on a donc : $R_0 = \dfrac{U_0}{i} = 1800\ \Omega$

f) En posant $x = I/I_{cc}$, et $R_s = \dfrac{U_0}{I_{cc}}$, il vient :

- Puissance fournie : $P_F = U_0.I = U_0.I_{cc}.x$
- Puissance utile : $P_u = U.I = (U_0 - R_s.I)I = \left(U_0 - \dfrac{U_0}{I_{cc}}I\right)I = U_0.I_{cc}.x(1-x)$
- Rendement : $\eta = \dfrac{P_u}{P_F} = 1 - x$
- Temps de décharge : $t = \dfrac{Q}{I} = \dfrac{Q.I_{cc}}{x}$

g) La puissance utile est maximale quand :

$$\frac{dP_u}{dx} = 1 - 2x = 0 \quad pour \quad x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow I = \frac{I_{cc}}{2} = 12 \text{ A} \; ; \; P_u = \frac{U_0.I_{cc}}{4} = 7{,}2 \text{ W} \; ; \; \eta = 50\% \; ; \; t = \frac{8640}{12} = 720 \text{ s} = 12 \text{ mn}$$

A12-14-

a) f = 50 Hz ⇒ $L\omega$ = 22Ω

$\underline{V}_R = R\underline{I}$ = 20 . [3 ; 0°] = [60 V; 0°]

$\underline{V}_L = \mathrm{j}L\omega\underline{I}$ = [22 ; 90°].[3 ; 0°] = [66 V; 90°]

$\underline{V}_{RL} = (\mathrm{R}+\mathrm{j}L\omega)\underline{I}$ = [89,2 V ; 47,7°]

b) f = 500 Hz ⇒ $L\omega$ = 220Ω

$\underline{V}_R$ = 20 . [3 ; 0°] = [60 V; 0°]

$\underline{V}_L$ = [220 ; 90°].[3 ; 0°] = [660 V; 90°]

$\underline{V}_{RL}$ = [663 V; 84,8°]

A12-15-

$1/C\omega = 1/\ 22.10^{-9}2\pi 50$ = 144,7 kΩ ⇒ $\underline{I} = 230\sqrt{2} / (47 - \mathrm{j}\ 144{,}7)10^{3}$ = [2,14 mA ; 72°]

A12-16-

$\underline{Z} = [20 ; 0°] / [58.10^{-3} ; 25°] = (313 - \mathrm{j}\ 146)\Omega = R + 1/\mathrm{j}C\omega$

avec R = 313 Ω et C = 21,8 µF (réactance < 0 ⇒ dipôle RC)

A12-17-

$1/C\omega = 1/\ 47.10^{-9}2\pi 100$ = 33,9 kΩ

$\underline{U}_0 = [2 ; 0°].(1/\mathrm{j}C\omega)/ (R + 1/\mathrm{j}C\omega) = 2 / (1 + \mathrm{j}RC\omega)$ = [1,43 V ; – 44,3°]

A12-18-

Soient R et C les éléments composant ce circuit (un RC série et un RC //) :

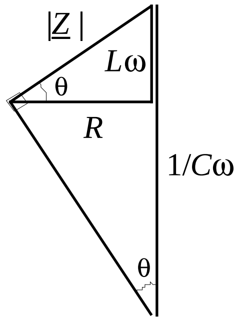
$$\frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}=\frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\mathrm{j}C\omega}}{R+\dfrac{1}{\mathrm{j}C\omega}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\mathrm{j}C\omega}}=\frac{1}{3+\mathrm{j}RC\omega+\dfrac{1}{\mathrm{j}RC\omega}}=\frac{\mathrm{j}RC\omega}{1+3\mathrm{j}RC\omega+(\mathrm{j}RC\omega)^2}=\frac{\mathrm{j}RC\omega}{1-(RC\omega)^2+3\mathrm{j}RC\omega}$$

On remarque que, lorsque $RC\omega = 1$, la quantité $\frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}=\frac{1}{3}$ est un nombre réel, donc de phase nulle. Ce qui correspond à la fréquence : $f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = 159$ Hz

A12-19-

Le moteur forme avec le condensateur un circuit RLC série. Les tensions étant proportionnelles aux impédances, il vient :

$$\left.\begin{array}{l}\text{grand triangle : } \sin\theta=\dfrac{|\underline{Z}|}{\dfrac{1}{C\omega}}=|\underline{Z}|C\omega \\ \text{petit triangle : } \sin\theta=\dfrac{L\omega}{|\underline{Z}|}\end{array}\right\}\Rightarrow C=\frac{L}{L^2\omega^2+R^2}=6{,}5\,\mu\text{F}$$



A12-20-

a) $\underline{E}_{AB}=\underline{E}.\frac{\underline{Z}_3\underline{Z}_2-\underline{Z}_4\underline{Z}_1}{(\underline{Z}_1+\underline{Z}_3)(\underline{Z}_2+\underline{Z}_4)}$ $\quad \underline{Z}_{AB}=\frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_3}+\frac{\underline{Z}_2\underline{Z}_4}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_4}$

Le pont est équilibré si : $\underline{I} = 0$ pour $\underline{Z}_3\,\underline{Z}_2 = \underline{Z}_4\,\underline{Z}_1$

$$\Rightarrow \frac{R_3}{1+jR_3C_3\omega}.\left(R_2+\frac{1}{jC_2\omega}\right)=\frac{R_4}{jC_1\omega}$$

$$\Rightarrow R_2=R_4\frac{C_3}{C_1}\ ;\ C_2=\frac{R_3}{R_4}C_1$$

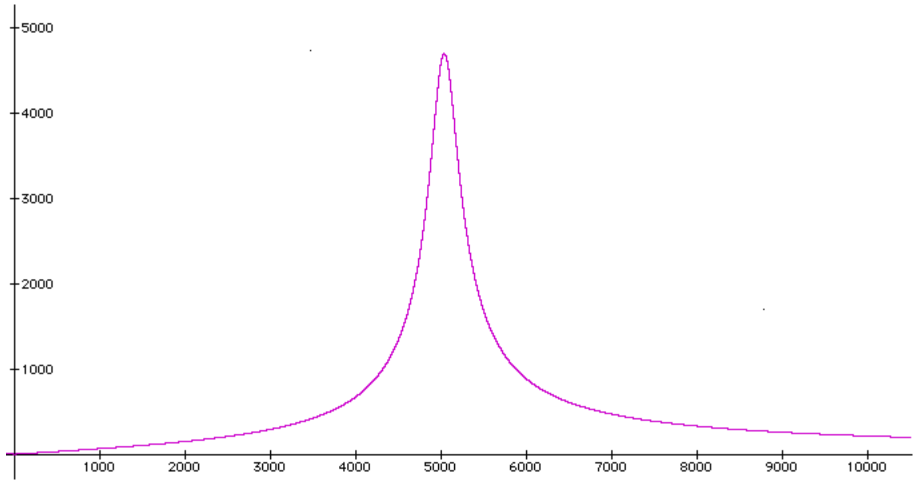
$\Rightarrow$ $R_2 = 39{,}2$ kΩ ; $C_2 = 213$ pF ;

b) $\varepsilon_r=\frac{eC}{\varepsilon_0\pi r^2}\Rightarrow \varepsilon_r = 230$

A12-21-

a) et **b)** $Z = 0$

e) $\underline{Z}=\frac{1}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{\mathrm{j}L\omega}+\mathrm{j}C\omega}\Rightarrow|\underline{Z}|=\frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{R^2}+\left(C\omega-\dfrac{1}{L\omega}\right)^2}}$ et $\varphi=-\arctan R\left(C\omega-\frac{1}{L\omega}\right)$



c) f = 3000 Hz ⇒ ω = 18850 rad/s et $C\omega - \dfrac{1}{L\omega}$ = -0,00342 S ⇒ $|\underline{Z}|$ = 292 Ω ; φ = 86,4°

f = 8000 Hz ⇒ ω = 50265 rad/s et $C\omega - \dfrac{1}{L\omega}$ = 0,00304 S ⇒ $|\underline{Z}|$ = 328 Ω ; φ = - 86°

d) $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$ = 5032 Hz

f) Circuit inductif car φ > 0

A12-22-

a) $\underline{V}_R = R.\underline{I}$; $\underline{V}_C = \dfrac{1}{jC\omega}.\underline{I}$; $\underline{V}_L = jL\omega.\underline{I}$

b) $\underline{Y} = \dfrac{\underline{I}}{\underline{V}} = \dfrac{1}{R + j\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}$: admittance ; **c)** $I = \dfrac{V}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2}}$

d) $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2}$ est minimale pour $L\omega - \dfrac{1}{C\omega} = 0 \Leftrightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ = 129,1 krad/s ⇒ f_0 = 20,5 kHz

e) $p = R.I^2 = \dfrac{RC^2\omega^2V^2}{\left(1 - LC\omega^2\right)^2 + (RC\omega)^2}$

A12-23-

a) $\underline{Z} = R - j\dfrac{1}{C\omega} \Rightarrow |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \dfrac{1}{(C2\pi f)^2}}$ ≈ 76 kΩ ; $\arg(\underline{Z}) = -\arctan\dfrac{1}{RC2\pi f}$ ≈ – 26,5° = – 0,46 rad

b) $I_{eff} = \dfrac{10}{76.10^3}$ ≈ 132 μA ; arg($\underline{I}$) = 0 – arg($\underline{Z}$) = 26,5°

c) $\underline{V} = -j\dfrac{\underline{I}}{C\omega} \Rightarrow V_{eff} = \dfrac{132.10^{-6}}{47.10^{-9}.2.\pi.100}$ ≈ 4,45 V ;
arg($\underline{V}$) = arg($\underline{I}$) – 90° ≈ – 63,5° = – 1,1 rad

d) Il faut : $LC\omega^2 = 1 \Rightarrow L \approx 54$ H !

A12-24-

3a) $v_s = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} v_e \Rightarrow v_s = 162\sqrt{2} \sin (2\pi 160 t)$

3b) et c)

R2 [Ω] =	10	C [F] =	0,0001	f [Hz] =	**160**
	partie réelle	partie imaginair	module	argument	
Zc [Ω] =	0	-9,9	9,9	-90	
Zc + R2 =	10	-9,9	14,1	-45	
Zc / (Zc + R2) =			0,71	-45	
Ve [V eff] =			230	0	
Vs [V eff] =			162	-45	

$v_s = 162\sqrt{2} \sin (2\pi 160 t - 45°)$

R2 [Ω] =	10	L [H] =	0,01	f [Hz] =	**160**
	partie réelle	partie imaginair	module	argument	
ZL [Ω] =	0	10,1	10,1	90	
ZL + R2 =	10	10,1	14,2	45	
ZL / (ZL + R2) =			0,71	45	
Ve [V eff] =			230	0	
Vs [V eff] =			163	45	

$v_s = 162\sqrt{2} \sin (2\pi 160 t + 45°)$