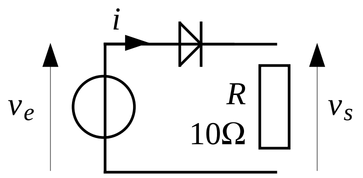
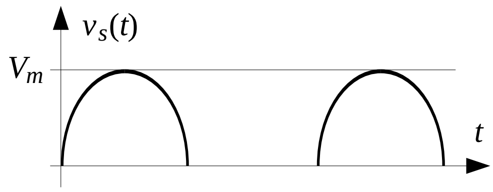
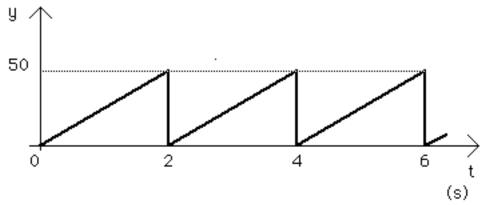
A13-1- a) Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace de la tension redressée "simple alternance".
On donne : $v_e(t) = V_m \sin(2\pi F t)$ avec $V_m = 240\sqrt{2}$ V et $F = 50$ Hz



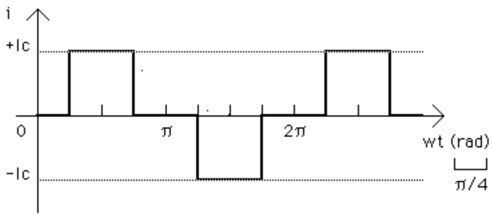


b) En déduire la puissance P_u dissipée dans la charge R (on suppose la diode parfaite)
c) En réalité, il existe une chute de tension dans la diode telle que : $v_d = V_d + r.i$, avec $r = 0{,}05\ \Omega$ et $V_d = 0{,}7$ V. Calculer la puissance perdue P_d dans la diode par effet Joule.

A13-2- Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace de la fonction en dents de scie suivante:

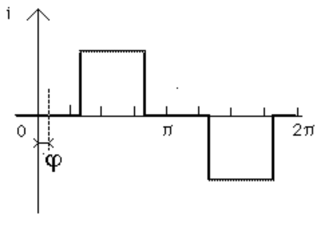


A13-3- Un circuit d'alimentation débite un courant formé de créneaux rectangulaires $i(t)$ représenté ci-dessous, sous une tension alternative $U = U_m.\sin\omega t$.



1°) Calculer: a) la valeur efficace de $i(t)$ en fonction de I_c. b) la puissance apparente S fournie. c) la puissance active P. d) le facteur de puissance $F = P/S$.

2°) Mêmes questions quand le courant $i(t)$ est déphasé d'un angle φ par rapport à la tension $u(t)$ (voir figure).



A13-1- a) Soit : $\omega = 2\pi F = \frac{2\pi}{T}$. On remarque que $v_s(t)$ est de période T et telle que pour $0 < t < \frac{T}{2}$: $v_s(t) = v_e(t)$ et pour $\frac{T}{2} < t < T$: $v_s(t) = 0$.

d'où : valeur moyenne valeur efficace

$$\overline{V_s} = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} V_m \sin\omega t\, dt \qquad V_{seff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/2}\left(V_m \sin\omega t\right)^2 dt}$$

soit, après changement de variable $t \to x = \omega t$; $T \to 2\pi$ *(facultatif, mais simplifie les calculs !)* :

$$\overline{V_s} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} V_m \sin x\, dx \qquad V_{seff} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\left(V_m \sin x\right)^2 dx}$$

calcul des primitives : (NB : $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$)

$$\overline{V_s} = \frac{V_m}{2\pi}\left[-\cos x\right]_0^{\pi} \qquad V_{seff} = V_m\sqrt{\frac{1}{2\pi}\frac{1}{2}\left[x - \frac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\pi}}$$

soit numériquement :

$$\overline{V_s} = \frac{V_m}{2\pi}\left(-(\cos\pi - \cos 0)\right) \qquad V_{seff} = V_m\sqrt{\frac{1}{2\pi}\frac{1}{2}\left(\pi - \frac{1}{2}\sin 2\pi - 0 + \frac{1}{2}\sin 0\right)}$$

$$\overline{V_s} = \frac{V_m}{2\pi}\left(-(-1-1)\right) \qquad V_{seff} = V_m\sqrt{\frac{1}{2\pi}\frac{1}{2}\pi}$$

$$\overline{V_s} = \frac{V_m}{\pi} = 108 \text{ V} \qquad V_{seff} = \frac{V_m}{2} \approx 170 \text{ V}$$

b) Par définition, $P_u = \frac{1}{T}\int_0^T v_s(t).i(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{v_s^2}{R}dt = \frac{V_{seff}^2}{R}$ = 2,88 kW

c) $P_d = \frac{1}{T}\int_0^T v_d(t).i(t).dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(V_d + ri(t)\right).i(t).dt = V_d\,\frac{1}{T}\int_0^T i(t).dt + r\,\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t).dt$

$$\Rightarrow P_d = V_d.\overline{I} + rI_{eff}^2$$

Or, $i(t) = \frac{v_s(t)}{R} \Rightarrow \begin{cases} \overline{I} = \frac{\overline{V_s}}{R} \\ I_{eff} = \frac{V_{seff}}{R} \end{cases}$

$$\Rightarrow P_d = V_d.\frac{\overline{V_s}}{R} + r\,\frac{V_{seff}^2}{R^2} = 0,7.\frac{108}{10} + 0,05.\frac{170^2}{10^2} \approx 7,56 + 14,45 \approx 22 \text{ W}$$

A13-2- On calcule tout d'abord l'équation de la rampe passant par zéro : $y(t) = \frac{50}{2}t = 25t$. D'où :

$$\overline{Y} = \frac{1}{2}\int_0^2 25t\,dt = \frac{25}{2}\left[\frac{1}{2}t^2\right]_0^2 = \frac{25}{4}\left(4-0\right) = 25$$

$$Y_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2}\int_0^2 \left(25t\right)^2 dt} = \sqrt{\frac{625}{2}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_0^2} = \sqrt{\frac{625}{6}(8-0)} \approx 28,9$$

A13-3- 1°)

a) Par calcul d'aire, on trouve : $I_{eff}^2 = \dfrac{\left(\dfrac{3\pi}{4} - \dfrac{\pi}{4}\right) I_c^2}{\pi} = \dfrac{I_c^2}{2} \Rightarrow I_{eff} = \dfrac{I_c}{\sqrt{2}}$

b) $S = U_{eff} . I_{eff} = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}} . \dfrac{I_c}{\sqrt{2}} = \dfrac{U_m . I_c}{2}$

c) $P = \dfrac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t) dt$ par définition

$P = \dfrac{1}{2\pi} \left(\int_{\pi/4}^{3\pi/4} U_m I_c \sin x.dx - \int_{5\pi/4}^{7\pi/4} U_m I_c \sin x.dx \right)$ après changement de variable $t \rightarrow x = \omega t$

$P = \dfrac{U_m I_c}{2\pi} \left(\left[-\cos x \right]_{\pi/4}^{3\pi/4} - \left[-\cos x \right]_{5\pi/4}^{7\pi/4} \right)$

$P = \dfrac{U_m I_c}{\pi} \left[-\cos x \right]_{\pi/4}^{3\pi/4}$ car $\cos(x+\pi) = -\cos x$

$P = \dfrac{U_m I_c}{\pi} \left(-\cos \dfrac{3\pi}{4} + \cos \dfrac{\pi}{4} \right)$

$P = \dfrac{U_m I_c}{\pi} \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} \right) = U_m I_c \dfrac{\sqrt{2}}{\pi}$

d) $F = \dfrac{P}{S} = \dfrac{U_m I_c \dfrac{\sqrt{2}}{\pi}}{\dfrac{U_m . I_c}{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{\pi} \approx 0,9$

2°)

a) Idem 1°) : $I_{eff} = \dfrac{I_c}{\sqrt{2}}$ (aires identiques, bien que translatées de φ)

b) Idem 1°) : $S = U_{eff} . I_{eff} = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}} . \dfrac{I_c}{\sqrt{2}} = \dfrac{U_m . I_c}{2}$

c) $P = \dfrac{1}{2\pi} \left(\int_{\pi/4+\varphi}^{3\pi/4+\varphi} U_m I_c \sin x.dx - \int_{5\pi/4+\varphi}^{7\pi/4+\varphi} U_m I_c \sin x.dx \right)$

$P = \dfrac{U_m I_c}{\pi} \left[-\cos x \right]_{\pi/4+\varphi}^{3\pi/4+\varphi}$

$P = \dfrac{U_m I_c}{\pi} \left[-\cos\left(\dfrac{3\pi}{4} + \varphi \right) + \cos\left(\dfrac{\pi}{4} + \varphi \right) \right]$ $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$P = \dfrac{U_m I_c}{\pi} \left[-\cos \dfrac{3\pi}{4} \cos\varphi + \sin \dfrac{3\pi}{4} \sin\varphi + \cos \dfrac{\pi}{4} \cos\varphi - \sin \dfrac{\pi}{4} \sin\varphi \right]$

$P = \dfrac{U_m I_c}{\pi} \left[\dfrac{\sqrt{2}}{2} \cos\varphi + \dfrac{\sqrt{2}}{2} \sin\varphi + \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cos\varphi - \dfrac{\sqrt{2}}{2} \sin\varphi \right]$

$P = U_m I_c \dfrac{\sqrt{2}}{\pi} \cos\varphi$

d) $F = \dfrac{P}{S} = \dfrac{U_m I_c \dfrac{\sqrt{2}}{\pi} \cos\varphi}{\dfrac{U_m . I_c}{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{\pi} \cos\varphi \approx 0,9 \cos\varphi$