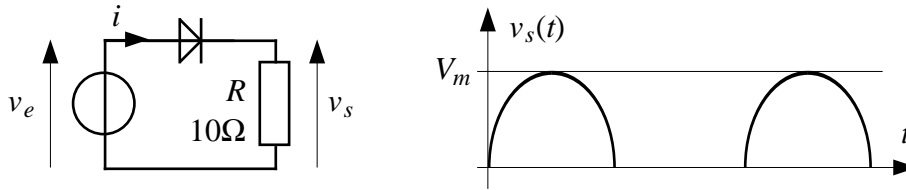


**A13-1-** a) Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace de la tension redressée "simple alternance".

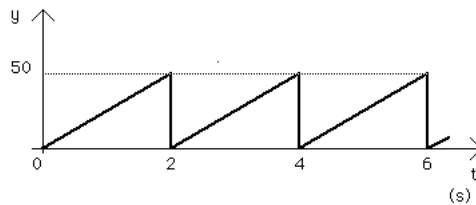
On donne :  $v_e(t) = V_m \sin(2\pi Ft)$  avec  $V_m = 240\sqrt{2}$  V et  $F = 50$  Hz



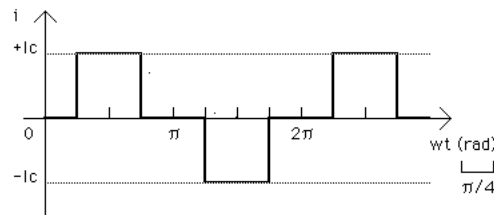
b) En déduire la puissance  $P_u$  dissipée dans la charge  $R$  (on suppose la diode parfaite)

c) En réalité, il existe une chute de tension dans la diode telle que :  $v_d = V_d + r.i$ , avec  $r = 0,05 \Omega$  et  $V_d = 0,7$  V. Calculer la puissance perdue  $P_d$  dans la diode par effet Joule.

**A13-2-** Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace de la fonction en dents de scie suivante:

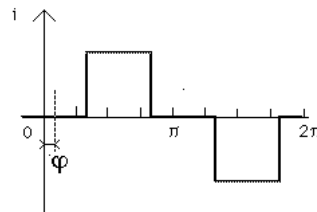


**A13-3-** Un circuit d'alimentation débite un courant formé de créneaux rectangulaires  $i(t)$  représenté ci-dessous, sous une tension alternative  $U = U_m \cdot \sin \omega t$ .



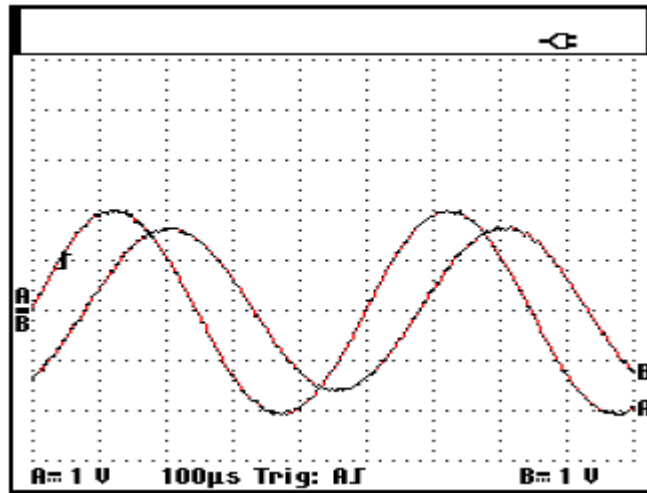
1°) Calculer: a) la valeur efficace de  $i(t)$  en fonction de  $I_c$ . b) la puissance apparente  $S$  fournie. c) la puissance active  $P$ . d) le facteur de puissance  $F = P/S$ .

2°) Mêmes questions quand le courant  $i(t)$  est déphasé d'un angle  $\varphi$  par rapport à la tension  $u(t)$  (voir figure).



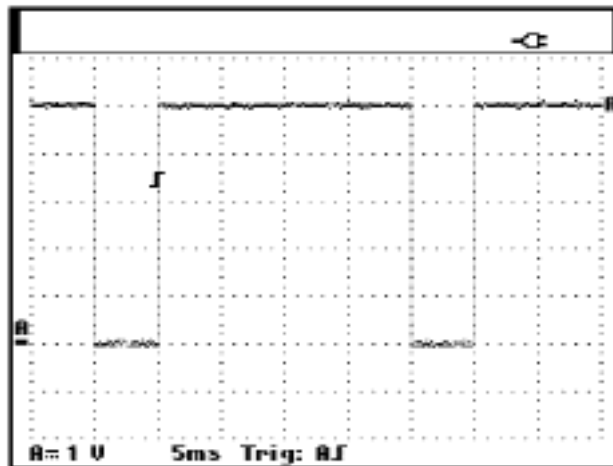
**A13-4-** On relève les oscillogrammes suivants. Remplir les tableaux ci-dessous par les valeurs numériques (approchées) qui se rapportent à ces signaux en précisant les unités.

a)



paramètre	symbole	valeurs A	valeurs B	unité
période	T			
pulsation	$\omega$			
fréquence	F			
amplitude	V			
tension crête à crête	V <sub>pp</sub>			
valeur efficace	V <sub>ac</sub>			
décalage horaire	$\Delta t$	0		
phase (préciser pour B : retard ou avance ?)	$\phi$	0		degré

b)



paramètre	symbole	valeurs A	unité
période	T		
fréquence	F		
rapport cyclique	$\alpha$		
tension mini	V <sub>min</sub>	0	V
tension maxi	V <sub>max</sub>		
valeur moyenne	V <sub>dc</sub>		
valeur efficace vraie	V <sub>ac+dc</sub>		
valeur efficace de la composante alternative	V <sub>ac</sub>		

## REPONSES

**A13-1-** a) Soit :  $\omega = 2\pi F = \frac{2\pi}{T}$ . On remarque que  $v_s(t)$  est de période  $T$  et telle que pour  $0 < t < \frac{T}{2}$  :  $v_s(t) = v_e(t)$  et pour  $\frac{T}{2} < t < T$  :  $v_s(t) = 0$ .

d'où :

valeur moyenne

valeur efficace

$$\bar{V}_s = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} V_m \sin \omega t \, dt$$

$$V_{seff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T/2} (V_m \sin \omega t)^2 \, dt}$$

soit, après changement de variable  $t \rightarrow x = \omega t$  ;  $T \rightarrow 2\pi$  (facultatif, mais simplifie les calculs !) :

$$\bar{V}_s = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V_m \sin x \, dx$$

$$V_{seff} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} (V_m \sin x)^2 \, dx}$$

calcul des primitives :

$$\text{(NB : } \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}\text{)}$$

$$\bar{V}_s = \frac{V_m}{2\pi} [-\cos x]_0^{\pi}$$

$$V_{seff} = V_m \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[ x - \frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^{\pi}}$$

soit numériquement :

$$\bar{V}_s = \frac{V_m}{2\pi} (-\cos \pi - \cos 0)$$

$$V_{seff} = V_m \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left( \pi - \frac{1}{2} \sin 2\pi - 0 + \frac{1}{2} \sin 0 \right)}$$

$$\bar{V}_s = \frac{V_m}{2\pi} (-(-1-1))$$

$$V_{seff} = V_m \sqrt{\frac{1}{2\pi} \pi}$$

$$\bar{V}_s = \frac{V_m}{\pi} = 108 \text{ V}$$

$$V_{seff} = \frac{V_m}{2} \approx 170 \text{ V}$$

b) Par définition,  $P_u = \frac{1}{T} \int_0^T v_s(t) \cdot i(t) \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v_s^2}{R} \, dt = \frac{V_{seff}^2}{R} = 2,88 \text{ kW}$

c)  $P_d = \frac{1}{T} \int_0^T v_d(t) \cdot i(t) \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T (V_d + ri(t)) \cdot i(t) \, dt = V_d \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \, dt + r \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \, dt$

$$\Rightarrow P_d = V_d \cdot \bar{I} + r I_{eff}^2$$

$$\text{Or, } i(t) = \frac{v_s(t)}{R} \Rightarrow \begin{cases} \bar{I} = \frac{\bar{V}_s}{R} \\ I_{eff} = \frac{V_{seff}}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_d = V_d \cdot \frac{\bar{V}_s}{R} + r \frac{V_{seff}^2}{R^2} = 0,7 \cdot \frac{108}{10} + 0,05 \cdot \frac{170^2}{10^2} \approx 7,56 + 14,45 \approx 22 \text{ W}$$

**A13-2-** On calcule tout d'abord l'équation de la rampe passant par zéro :  $y(t) = \frac{50}{2}t = 25t$ . D'où :

$$\bar{Y} = \frac{1}{2} \int_0^2 25t \, dt = \frac{25}{2} \left[ \frac{1}{2} t^2 \right]_0^2 = \frac{25}{4} (4 - 0) = 25$$

$$Y_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^2 (25t)^2 dt} = \sqrt{\frac{625}{2} \left[ \frac{1}{3} t^3 \right]_0^2} = \sqrt{\frac{625}{6} (8-0)} \approx 28,9$$

**A13-3- 1°)**

a) Par calcul d'aire, on trouve :  $I_{eff}^2 = \frac{\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) I_c^2}{\pi} = \frac{I_c^2}{2} \Rightarrow I_{eff} = \frac{I_c}{\sqrt{2}}$

b)  $S = U_{eff} \cdot I_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_c}{\sqrt{2}} = \frac{U_m \cdot I_c}{2}$

c)  $P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$  par définition

$P = \frac{1}{2\pi} \left( \int_{\pi/4}^{3\pi/4} U_m I_c \sin x \cdot dx - \int_{5\pi/4}^{7\pi/4} U_m I_c \sin x \cdot dx \right)$  après changement de variable  $t \rightarrow x = \omega t$

$P = \frac{U_m I_c}{2\pi} \left( [-\cos x]_{\pi/4}^{3\pi/4} - [-\cos x]_{5\pi/4}^{7\pi/4} \right)$

$P = \frac{U_m I_c}{\pi} [-\cos x]_{\pi/4}^{3\pi/4}$  car  $\cos(x+\pi) = -\cos x$

$P = \frac{U_m I_c}{\pi} \left( -\cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \right)$

$P = \frac{U_m I_c}{\pi} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = U_m I_c \frac{\sqrt{2}}{\pi}$

d)  $F = \frac{P}{S} = \frac{U_m I_c \frac{\sqrt{2}}{\pi}}{\frac{U_m \cdot I_c}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \approx 0,9$

**2°)**

a) Idem 1°) :  $I_{eff} = \frac{I_c}{\sqrt{2}}$  (aires identiques, bien que translatées de  $\varphi$ )

b) Idem 1°) :  $S = U_{eff} \cdot I_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_c}{\sqrt{2}} = \frac{U_m \cdot I_c}{2}$

c)  $P = \frac{1}{2\pi} \left( \int_{\pi/4+\varphi}^{3\pi/4+\varphi} U_m I_c \sin x \cdot dx - \int_{5\pi/4+\varphi}^{7\pi/4+\varphi} U_m I_c \sin x \cdot dx \right)$

$P = \frac{U_m I_c}{\pi} [-\cos x]_{\pi/4+\varphi}^{3\pi/4+\varphi}$

$P = \frac{U_m I_c}{\pi} \left[ -\cos \left( \frac{3\pi}{4} + \varphi \right) + \cos \left( \frac{\pi}{4} + \varphi \right) \right]$   $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$P = \frac{U_m I_c}{\pi} \left[ -\cos \frac{3\pi}{4} \cos \varphi + \sin \frac{3\pi}{4} \sin \varphi + \cos \frac{\pi}{4} \cos \varphi - \sin \frac{\pi}{4} \sin \varphi \right]$

$P = \frac{U_m I_c}{\pi} \left[ \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi \right]$

$P = U_m I_c \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cos \varphi$

$$d) F = \frac{P}{S} = \frac{U_m I_c \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cos \varphi}{\frac{U_m \cdot I_c}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cos \varphi \approx 0,9 \cos \varphi$$

**A13-4-**

a)

paramètre	symbole	valeurs A	valeurs B	unité
période	T	500	500	μs
pulsation	$\omega = 2\pi/T$	12560	12560	rad/s
fréquence	$F = 1/T$	2000	2000	Hz
amplitude	V	2	1,6	V
tension crête à crête	$V_{pp} = 2xV$	4	3,2	V
valeur efficace	$V_{ac} = V/\sqrt{2}$	1,4	1,1	V
décalage horaire	$\Delta\tau$	0	80	μs
phase (B : retard par rapport à A)	$\varphi = -360 \Delta\tau/T$	0	-57,6	degré

b)

paramètre	symbole	valeurs A	unité
période	T	25	ms
fréquence	F	40	Hz
rapport cyclique	$\alpha$	80%	%
tension mini	V <sub>min</sub>	0	V
tension maxi	V <sub>max</sub>	5	V
valeur moyenne	V <sub>dc</sub>	4	V
valeur efficace vraie	V <sub>ac+dc</sub>	4,47	V
valeur efficace de la composante alternative	V <sub>ac</sub>	2,24	V