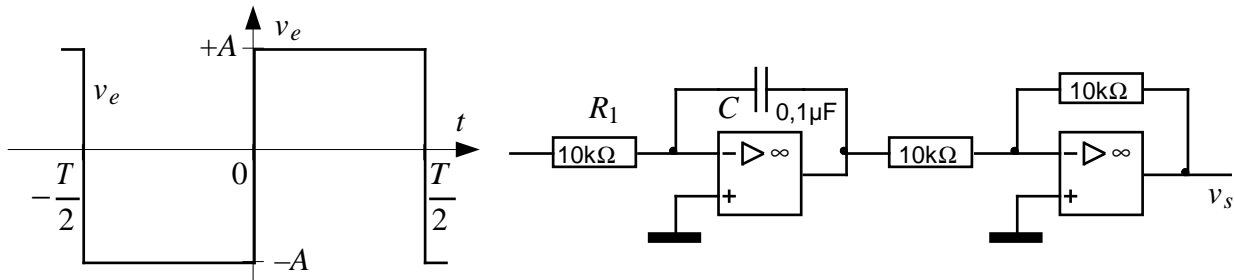


A22 - Correcteurs analogiques

3ème partie : Intégrateur

But : procédure de détermination des paramètres caractéristiques (gain statique et constante de temps) d'un correcteur proportionnel et intégral.

1) Intégrateur pur : action sur un signal carré



On pose : $v_e(t) = -A$ pour $-T/2 < t < 0$ et $v_e(t) = +A$ pour $0 < t < T/2$.

Mesure : $v_e(t)$ est un signal carré symétrique d'amplitude crête $A = 0,2V$ et de fréquence 20 Hz. Observer le signal de sortie $v_s(t)$, en agissant éventuellement sur l'offset du GBF pour essayer d'éliminer toute composante continue de v_e . Que constate-t-on ?

Optimisation du fonctionnement du montage :

On veut limiter le gain en tension continu à $\left(\frac{V_s}{V_e}\right)_{\max} = 300$ à l'aide d'une résistance r_i connectée

en parallèle avec le condensateur :

a) Calculer r_i (*rappel* : l'impédance du condensateur en continu est infinie). Expérimenter. Conclusion.

b) Etablir la fonction de transfert $\frac{V_s}{V_e}(j\omega)$ de l'intégrateur pur (sans r_i).

c) Calculer la fréquence pour laquelle $\frac{V_s}{V_e} = 300$. En déduire la plage de fonctionnement en fréquence de l'intégrateur muni de sa résistance r_i .

d) Tracer dans le plan de Bode le diagramme asymptotique de gain.

Calculs littéraux :

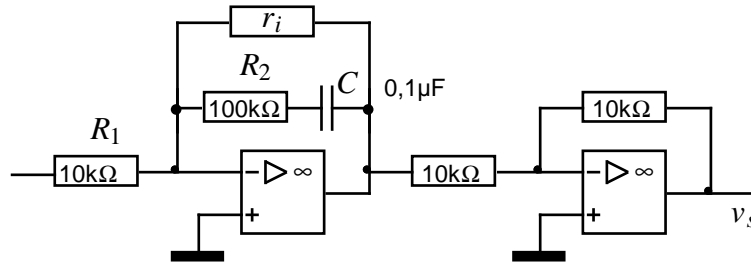
a) Etablir l'expression de l'équation différentielle qui lie $v_e(t)$ et $v_s(t)$. On pose : $\tau_i = R_1 C$.

b) En déduire l'expression des réponses $v_s(t)$ lorsque $v_e(t) = +A$ et $v_e(t) = -A$. (on suppose que la constante d'intégration est nulle).

2) Application : procédure de détermination des caractéristiques d'un correcteur PI

On modifie le montage comme indiqué sur le schéma.

Mesure : appliquer un signal carré identique au signal utilisé plus haut. Relever $v_s(t)$ (imprimer l'oscillogramme sur feuille A4).



Calculs littéraux :

a) Montrer que la fonction de transfert de ce circuit s'écrit (avec $p = j\omega$) : $\frac{V_s}{V_e}(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{\tau_i p} \right)$.

NB : dans ce calcul, négliger r_i .

b) En déduire (par changement $\frac{1}{p} \rightarrow \int \cdot dt$) l'équation différentielle qui lie $v_e(t)$ et $v_s(t)$.

c) En déduire l'expression des réponses $v_s(t)$ lorsque $v_e(t) = +A$ et $v_e(t) = -A$. (on suppose que la constante d'intégration est nulle).

d) Calculer $v_s(0_-)$ et $v_s(0_+)$. En déduire $[\Delta v_s]_{0_-}^{0_+} = v_s(0_+) - v_s(0_-)$, variation instantanée de la tension de sortie en $t = 0$.

e) Calculer $v_{s+}(2\tau_i)$. En déduire $[\Delta v_s]_{0_+}^{2\tau_i} = v_s(2\tau_i) - v_s(0_+)$, variation de la tension de sortie entre $t = 0_+$ et $t = 2\tau_i$.

Exploitation des mesures : on veut mesurer K_i et τ_i :

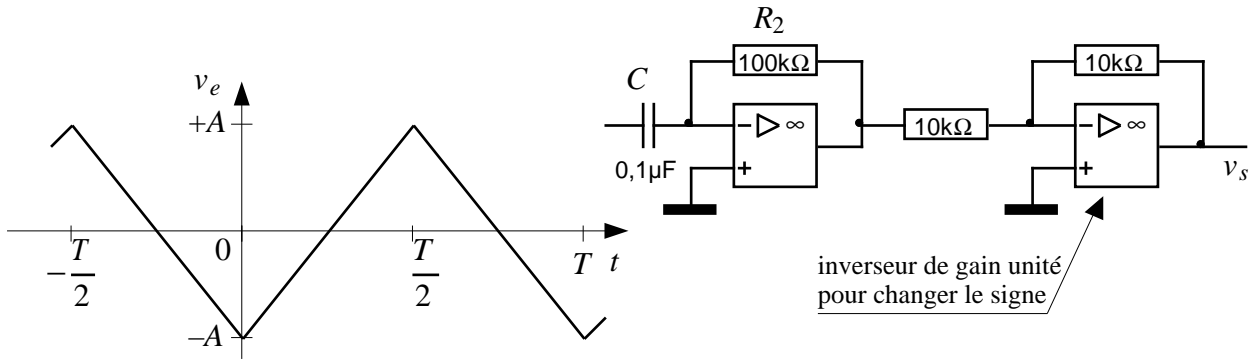
f) Des questions d) et e) déduire une procédure de mesure de $2\tau_i$, donc de τ_i , à partir du relevé effectué précédemment.

g) Connaissant l'amplitude A , en déduire la mesure de K_i .

4ème partie : dérivateur

But : procédure de détermination des paramètres caractéristiques (gain statique et constante de temps) d'un correcteur proportionnel et dérivé.

1) Dérivateur pur : action sur un signal triangulaire



Mesure : $v_e(t)$ est un signal triangulaire symétrique d'amplitude crête $A = 2\text{V}$ et de fréquence 20 Hz .
Relever le signal de sortie $v_s(t)$.

Calculs littéraires :

- Établir l'expression de l'équation différentielle qui lie $v_e(t)$ et $v_s(t)$. On pose : $\tau_d = R_2 C$.
- On pose : $v_{e-}(t) = -at + b$ pour $-T/2 < t < 0$ et $v_{e+}(t) = at + b$ pour $0 < t < T/2$. Exprimer a et b en fonction de A et T .
- Calculer les réponses $v_{s-}(t)$ pour $-T/2 < t < 0$ et $v_{s+}(t)$ pour $0 < t < T/2$.

Optimisation du signal de sortie :

Sur le relevé précédent, on remarque la présence d'un bruit haute fréquence important. Pour réduire ce bruit, on limite le gain en tension HF à $\left(\frac{V_s}{V_e}\right)_{\text{max}} = 200$ à l'aide d'une résistance r_d

connectée en série avec le condensateur :

- Calculer r_d (rappel : en HF, l'impédance du condensateur est négligeable). Expérimenter. Conclusion.

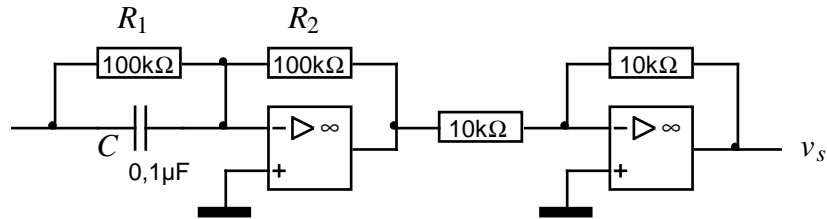
- Établir la fonction de transfert $\frac{V_s}{V_e}(j\omega)$ du dérivateur pur (sans r_d).

- Calculer la fréquence pour laquelle $\frac{V_s}{V_e} = 200$. En déduire la plage de fonctionnement en fréquence du dérivateur muni de sa résistance r_d .

- Tracer dans le plan de Bode le diagramme asymptotique de gain.

2) Application : procédure de détermination des caractéristiques d'un correcteur PD

On modifie le montage comme indiqué sur le schéma.



Mesure : appliquer un signal triangulaire identique au signal utilisé plus haut. Relever $v_s(t)$ (imprimer l'oscillogramme sur feuille A4).

Calculs littéraux :

- Montrer que la fonction de transfert de ce circuit s'écrit (avec $p = j\omega$) : $\frac{V_s}{V_e}(p) = K_d(1 + \tau_d p)$.
- En déduire (par changement $p \rightarrow \frac{d}{dt}$) l'équation différentielle qui lie $v_e(t)$ et $v_s(t)$.
- Calculer les réponses $v_{s-}(t)$ pour $-T/2 < t < 0$ et $v_{s+}(t)$ pour $0 < t < T/2$.
- Calculer $v_{s-}(0)$ et $v_{s+}(0)$. En déduire $[\Delta v_s]_{0-}^{0+} = v_{s+}(0) - v_{s-}(0)$, variation instantanée de la tension de sortie en $t = 0$.
- Calculer $v_{s+}(2\tau_d)$. En déduire $[\Delta v_s]_{0+}^{2\tau_d} = v_{s+}(2\tau_d) - v_{s+}(0)$, variation de la tension de sortie entre $t = 0^+$ et $t = 2\tau_d$.

Exploitation des mesures : on veut mesurer K_d et τ_d :

- Des questions d) et e) déduire une procédure de mesure de $2\tau_d$, donc de τ_d , à partir du relevé effectué précédemment.
- Connaissant la pente a , en déduire la mesure de K_d .

Commentaires

3ème partie : Intégrateur

I- Intégrateur pur : action sur un signal carré

$$\tau_i = R_1 C = 1 \text{ ms}$$

a) Amélioration du fonctionnement du montage : $r_i / R_1 =$

$$300 \Rightarrow r_i = 3 \text{ M}\Omega$$

$$b) \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{j\tau_i \omega} \Rightarrow c) \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{\tau_i \omega} = 300 \Leftrightarrow 0,53 \text{ Hz} < f < \infty$$

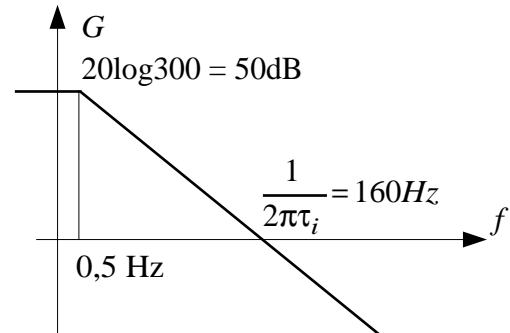
d)

Calculs littéraux :

$$a) v_s = \frac{1}{\tau_i} \int_0^t v_e dt \text{ avec } \tau_i = R_1 C = 1 \text{ ms ;}$$

$$b) v_e = -A \Rightarrow v_s(t) = -\frac{A}{\tau_i} t \text{ et } v_e = +A \Rightarrow v_s(t) = \frac{A}{\tau_i} t$$

$$\text{avec : } \frac{A}{\tau_i} = 200 \text{ V/s .}$$



2) Application : étude d'un correcteur proportionnel et intégral

Calculs littéraux :

$$a) \frac{V_s}{V_e}(j\omega) = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{1}{R_2 C j\omega}\right) \Rightarrow K_i = \frac{R_2}{R_1} = 10 ; \tau_i = R_2 C = 10 \text{ ms}$$

$$b) \frac{V_s}{V_e}(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{\tau_i p}\right) \Rightarrow v_s = K_i v_e + \frac{K_i}{\tau_i} \int_0^t v_e dt$$

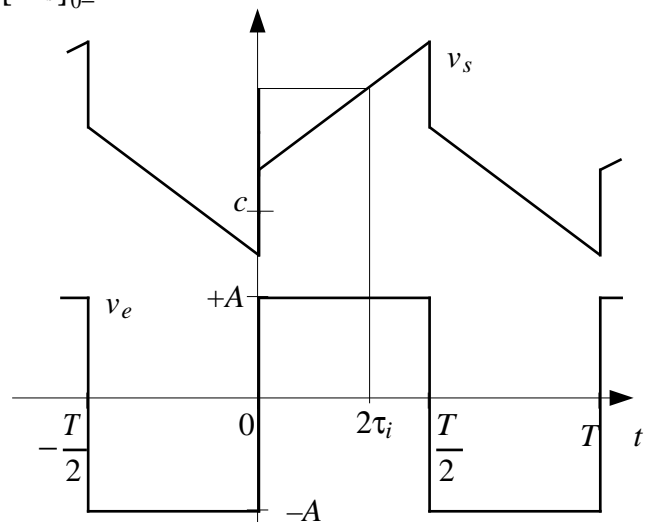
$$c) v_e = -A \Rightarrow v_s(t) = -K_i A - \frac{K_i A}{\tau_i} t ; v_e = +A \Rightarrow v_s(t) = K_i A + \frac{K_i A}{\tau_i} t$$

$$d) v_{s-}(0) = -K_i A + c \text{ et } v_{s+}(0) = K_i A + c \Rightarrow [\Delta v_s]_{0-}^{0+} = 2K_i A$$

$$e) v_{s+}(2\tau_i) = K_i A + 2 \frac{K_i A}{\tau_i} \tau_i \Rightarrow [\Delta v_s]_0^{2\tau_i} = 2 \frac{K_i A}{\tau_i} \tau_i$$

f) Sur le graphe on cherche l'instant où $[\Delta v_s]_0^t = [\Delta v_s]_{0-}^{0+}$. Cet instant est : $t = 2\tau_i$

$$g) \Rightarrow K_i = \frac{[\Delta v_s]_{0-}^{0+}}{2A}$$

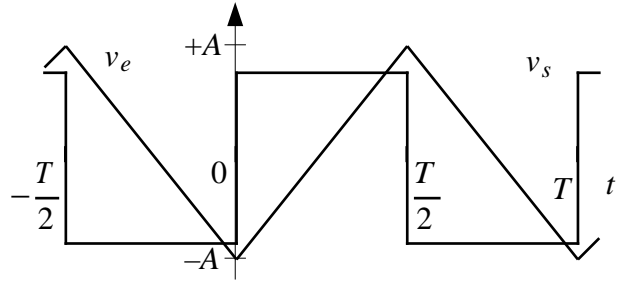


4ème partie : Dérivateur

1) Dérivateur pur : action sur un signal triangulaire

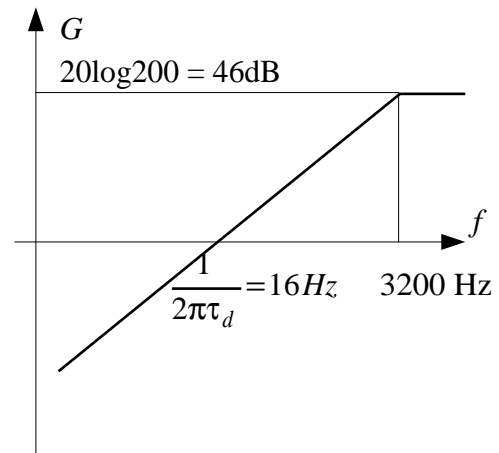
Calculs littéraux :

- a) $v_s = \tau_d \frac{dv_e}{dt}$ avec $\tau_d = R_2 C = 10 \text{ ms}$;
- b) $v_{e-}(t) = -\frac{4A}{T}t - A$ et $v_{e+}(t) = \frac{4A}{T}t - A$
avec : $T = 1/20 = 50 \text{ ms}$
 $\Rightarrow a = 160 \text{ V/s}$ et $b = -2\text{V}$;
- c) $v_s = \pm a\tau = \pm 1,6 \text{ V}$.



Optimisation du signal de sortie :

- $R_2 / r_d = 200 \Rightarrow r_d = 500 \Omega$
- $\frac{V_s}{V_e} = j\tau_d \omega$
- $\Rightarrow \frac{V_s}{V_e} = \tau_d \omega = 200 \Leftrightarrow 0 < f < \frac{200}{2\pi\tau_d} = 3200 \text{ Hz}$



2) Application : procédure de détermination des caractéristiques d'un correcteur PD

Calculs littéraux :

- a) $\frac{V_s}{V_e}(j\omega) = \frac{R_2}{R_1}(1 + R_1 C j\omega) \Rightarrow K_d = \frac{R_2}{R_1} = 1$; $\tau_d = R_1 C = 10 \text{ ms}$
- b) $\frac{V_s}{V_e}(p) = K_d(1 + \tau_d p) \Rightarrow v_s = K_d v_e + K_d \tau_d \frac{dv_e}{dt}$
- c) $v_e = -at + b \Rightarrow v_{s-}(t) = -K_d at + K_d b - K_d \tau_d a$; $v_e = +at + b \Rightarrow v_{s+}(t) = K_d at + K_d b + K_d \tau_d a$
- d) $v_{s-}(0) = K_d b - K_d \tau_d a$ et $v_{s+}(0) = K_d b + K_d \tau_d a \Rightarrow [\Delta v_s]_{0-}^{0+} = 2K_d \tau_d a$
- e) $v_{s+}(2\tau_d) = K_d b + 3K_d \tau_d a \Rightarrow [\Delta v_s]_0^{2\tau_d} = 2K_d \tau_d a$
- f) Sur le graphe on cherche l'instant où :

$$[\Delta v_s]_0^t = [\Delta v_s]_{0-}^{0+}$$

Cet instant est : $t = 2\tau_d$

$$g) \Rightarrow K_d = \frac{[\Delta v_s]_{0-}^{0+}}{2\tau_d a}$$

