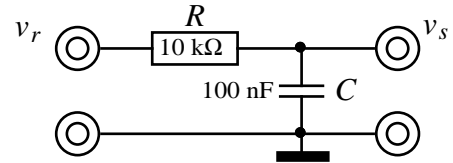


A22 - Correcteurs analogiques

1ère partie : correction d'un système du 1er ordre

But : corriger un système du premier ordre (simulé par un réseau RC) à l'aide de correcteurs P, I, PI, en technologie analogique.

Soit un système électrique dont la fonction de transfert $H(p)$, du premier ordre, est connue :



1) Etude du système en boucle ouverte

Etude théorique :

- a) Exprimer sous forme normalisée $H(p)$ en fonction de la constante de temps τ du système.
A.N. : calculer τ .

Etude expérimentale :

- Réponse à un signal carré (réponse indicielle) : $v_r(t)$ = signal carré symétrique, amplitude crête à crête $\Delta v_r = 2 \text{ V}$, $f = 40 \text{ Hz}$.

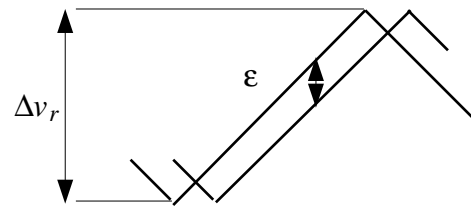
- b) Imprimer $v_s(t)$. Rapidité : mesurer le temps de réponse à 5% : t_r . Vérifier que : $t_r \approx 3\tau$.

c) Précision : visualiser l'erreur $\epsilon(t) = v_r(t) - v_s(t)$ à l'oscilloscope. Que vaut (en volts) l'écart statique ϵ ? En déduire sa valeur définie en pourcentage par : $\epsilon_{01} = \frac{\epsilon}{\Delta v_r}$.

- Réponse à un signal triangulaire : $v_r(t)$ = signal triangulaire symétrique, $\Delta v_r = 2\text{V}$ crête à crête, $f = 40 \text{ Hz}$.

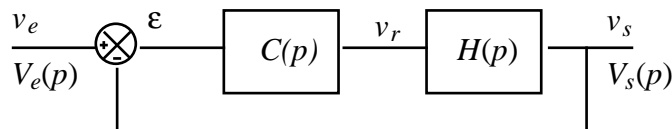
- d) Visualiser $v_s(t)$. Y a-t-il erreur de pente ?

- e) Mesurer (en pourcentage) l'erreur de traînage $\epsilon_{02} = \frac{\epsilon}{\Delta v_r}$



Ce système est inséré dans une boucle de régulation à retour unitaire, comprenant un correcteur dont la fonction de transfert sera notée $C(p)$.

Schéma fonctionnel :



$T(p) = C(p) \cdot H(p)$ fonction de transfert de la chaîne directe en boucle ouverte.

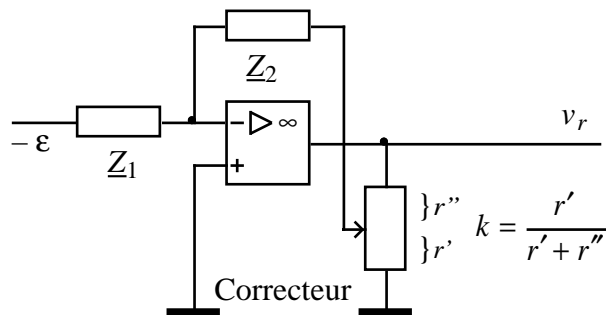
$F(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$ fonction de transfert en boucle fermée.

f) Schéma de principe du correcteur : c'est un amplificateur inverseur à gain réglable :

Soit k le rapport de division de tension du potentiomètre. En supposant que ce potentiomètre fonctionne presque à vide, montrer que :

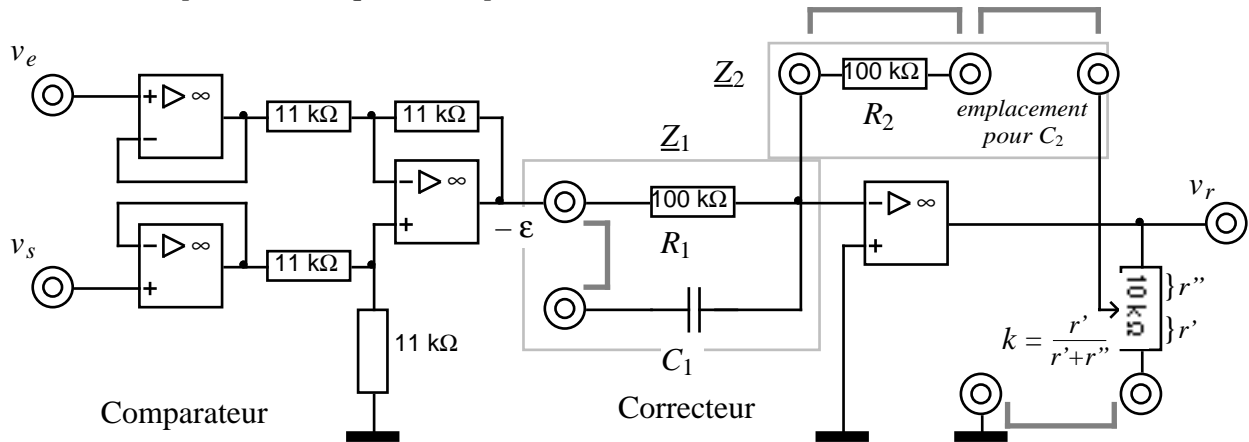
$$C(p) = \frac{v_r}{\epsilon} = \frac{1}{k} \frac{Z_2}{Z_1}$$

Par la suite, on pose : $K = \frac{1}{k}$ (gain statique)



Réglage du gain statique : le réglage de k s'effectuera à l'aide d'un ohmmètre connecté entre le curseur du potentiomètre (5 kΩ, 10 tours) et la masse. Pour cela, il ne faut pas que le potentiomètre soit relié au reste du circuit ⇒ ôter momentanément les cavaliers pour faire la mesure.

Schéma complet de la maquette comparateur + correcteur (: cavaliers)

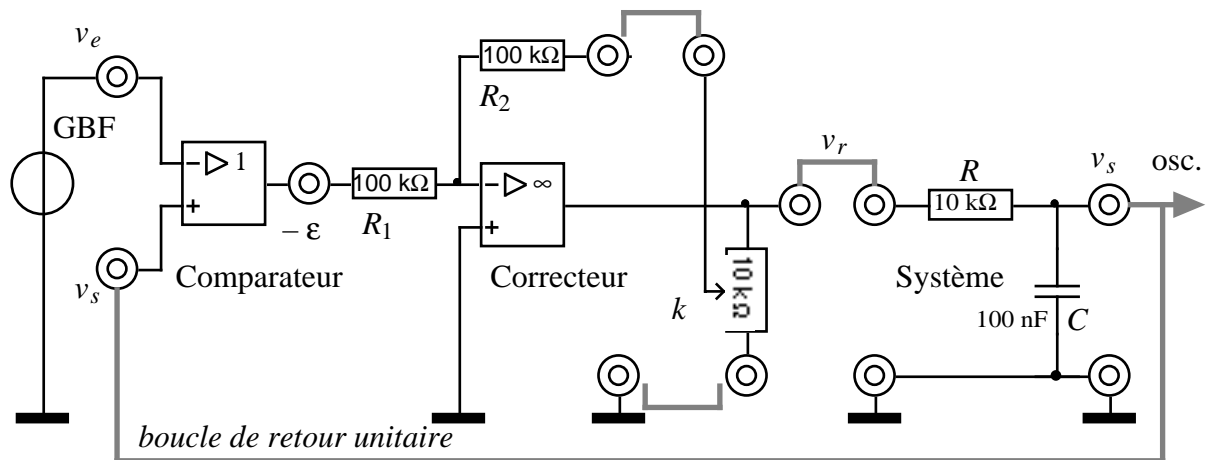


Remarque : pour éliminer le signe - introduit par l'amplificateur inverseur, le comparateur exécute en réalité l'opération $v_s - v_e = -\epsilon$ ⇒ pour visualiser l'erreur, il faut inverser l'entrée de l'oscilloscope.

2) Correction proportionnelle P : $C(p) = K$

Soit : $R_1 = R_2 = 100 \text{ k}\Omega$; on choisit $K = 5 \Leftrightarrow k = 0,20$.

Montage complet (le câblage des masses n'est pas représenté) :



Etude théorique :

- a) Exprimer $T(p)$.
- b) Exprimer $F(p)$ en fonction de τ et K . A.N. : calculer les valeurs du gain statique, noté K_F , et de la constante de temps, notée τ_F , de F .

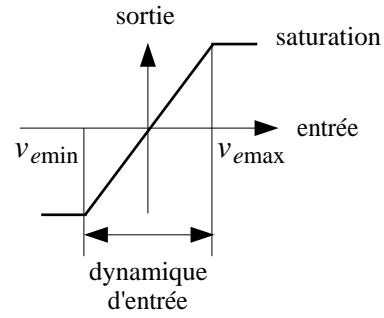
Etude expérimentale :

Réponse à un signal carré (réponse indicielle) : $v_e(t)$ = signal carré symétrique, $\Delta v_e = 2V$ crête à crête, $f = 40 \text{ Hz}$.

- c) Imprimer v_s . Mesurer le temps de réponse à 5% : t_r . En déduire τ_F . Comparer τ_F à τ .
- d) Visualiser l'erreur $\epsilon(t)$ à l'oscilloscope. Mesurer (en volts) l'écart statique ϵ et exprimer celui-ci en pourcentage par : $\epsilon_{01} = \frac{\epsilon}{\Delta v_e}$. Justifier sa valeur.

e) Mesurer la dynamique admissible en entrée.

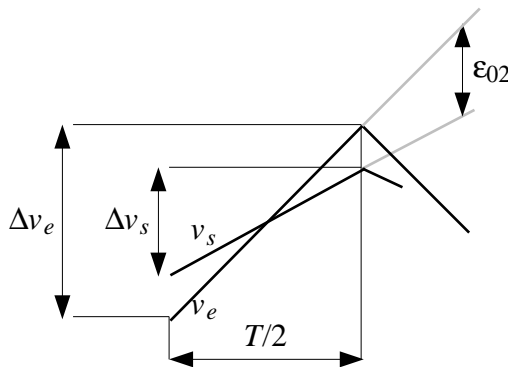
La «dynamique d'entrée» est le plus grand intervalle $\Delta v_e = v_{e\max} - v_{e\min}$ de variation possible de v_e , en dehors duquel le système sature (saturation de ϵ et/ou de v_r : il faut visualiser ces deux tensions).



Réponse à un signal triangulaire : $v_e(t)$ = signal triangulaire symétrique, $\Delta v_e = 2V$ crête à crête, $f = 40$ Hz.

f) Visualiser $v_s(t)$. Que vaut (en %) l'erreur sur la pente $\Delta p/p$?

Méthode de calcul :



$$\left. \begin{aligned} p_e &= \frac{\Delta v_e}{\frac{T}{2}} \\ p_s &= \frac{\Delta v_s}{\frac{T}{2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = \frac{p_e - p_s}{p_e} = 1 - \frac{\Delta v_s}{\Delta v_e}$$

g) L'erreur ϵ_{02} en régime permanent est-elle finie ou infinie ?

Variations de K (par variation de k) :

Faire varier K pour observer qualitativement comment varie le temps de réponse à 5% et la dynamique.

3) Correction Intégrale I :

Etude théorique :

a) On pose : $K = 1/k$; $T_i = R_1 C_2$. Exprimer $C(p)$ en fonction de K et T_i (schéma ci-contre).

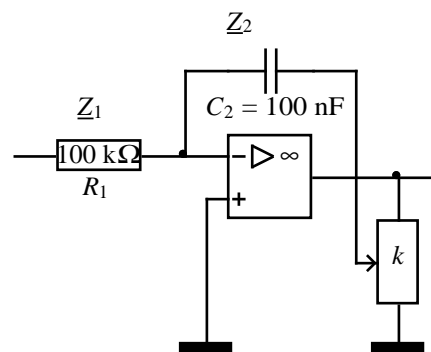
b) Exprimer $T(p)$.

c) Donner l'allure des diagrammes asymptotiques de gain et de phase de $T(p)$.

On pose : $F_i = 1/2\pi T_i$ (fréquence propre du correcteur) et $F_s = 1/2\pi\tau$ (fréquence propre du système). Indiquer les valeurs numériques de F_i et F_s sur ces diagrammes.

d) Calculer K pour avoir une "marge de phase" de 45° (suivre explications en séance).

e) Exprimer $F(p)$; en déduire les expressions de m et τ_0 en fonction de T_i , K et τ . A.N



Rappel : fonction de transfert principale du second ordre : $\frac{1}{1 + 2m\tau_0 p + \tau_0^2 p^2}$

Etude expérimentale :

Régler le rapport k pour avoir $K = 10$ (rappel : $k = 1/K$).

Réponse à un signal carré : $v_e(t)$: signal carré symétrique, 2V crête à crête, $f = 40$ Hz.

f) Imprimer v_s . Mesurer le dépassement (en %). Déterminer le temps de réponse à 5% : t_r .

Justifier les valeurs mesurées (voir formulaire, cours §A14).

g) Visualiser l'erreur. En déduire la valeur de ϵ_{01} . Conclusion ?

h) Mesurer la dynamique d'entrée.

Réponse à un signal triangulaire : $v_e(t)$: signal triangulaire symétrique, 2V crête à crête, $f = 40$ Hz.

i) Visualiser la tension de sortie v_s : y a-t-il une erreur de pente ?

j) Mesurer l'erreur $\epsilon_{02} = \frac{\epsilon}{\Delta v_e}$. Conclusion.

Variations de K (par variation de k) :

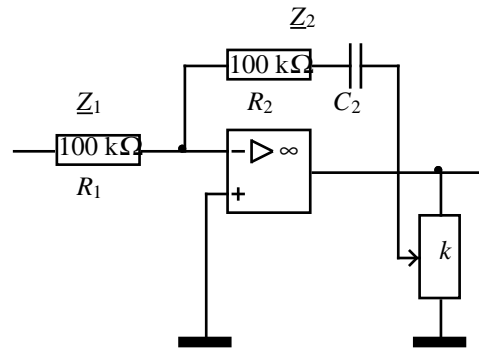
Visualiser la réponse à un signal carré en faisant varier K . Conclusion.

4) Correction Proportionnelle Intégrale PI**Etude théorique :**

a) On pose : $K = 1/k$; $T_i = R_1 C_2$. Exprimer $C(p)$ en fonction de K et T_i (schéma ci-contre).

b) On choisit un réglage particulier et simple : $T_i = \tau$. Exprimer $T(p)$. A.N. : calculer C_2 et k pour avoir $K = 5$

c) Exprimer $F(p)$ en fonction de τ et K . A.N. : calculer les valeurs du gain statique, noté K_F , et de la constante de temps, notée τ_F , de F .

**Etude expérimentale :**

Réponse à un signal carré : $v_e(t)$: signal carré symétrique, 2V crête à crête, $f = 40$ Hz.

d) Imprimer v_s . Déterminer le temps de réponse à 5% : t_r . Mesurer le dépassement. Justifier les valeurs mesurées.

e) Visualiser l'erreur. En déduire la valeur de ϵ_{01} . Conclusion ?

f) Etudier la dynamique d'entrée (visualiser la sortie du correcteur).

Réponse à un signal triangulaire : $v_e(t)$: signal triangulaire symétrique, 2V crête à crête, $f = 40$ Hz.

g) Visualiser la tension de sortie v_s : y a-t-il une erreur de pente ?

h) Visualiser l'erreur : conclusion sur ϵ_{02} .

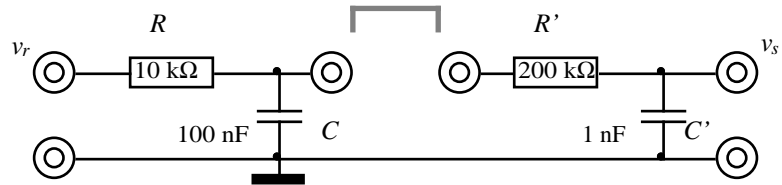
Tableau récapitulatif

question	correcteur	temps de réponse	erreur statique	dynamique	dépassement	erreur de pente	erreur de traînage
		t_r (ms)	ϵ_{01} (%)	ΔV_e (v)	D (%)	$\Delta p/p$ (%)	ϵ_{02} (%)
1er o. -1	boucle ouverte						
1er o. -2	correcteur P						
1er o. -3	correcteur I						
1er o. -4	correcteur PI						

2ème partie : correction d'un système du 2ème ordre

But : corriger un système du deuxième ordre (simulé par deux réseaux RC) à l'aide de correcteurs PI et PID en technologie analogique.

On connecte maintenant le réseau $R'C'$ pour constituer un système du deuxième ordre :



1) Etude du système en boucle ouverte

Etude théorique :

a) On suppose que le courant délivré par la première cellule RC vers la seconde $R'C'$ est négligeable : par conséquent, la première cellule n'est pas chargée et fonctionne à vide. Exprimer $H(p)$ en fonction des constantes de temps τ et τ' du système. A.N. : calculer τ et τ' . En déduire les expressions de m et τ_0 . Application numérique.

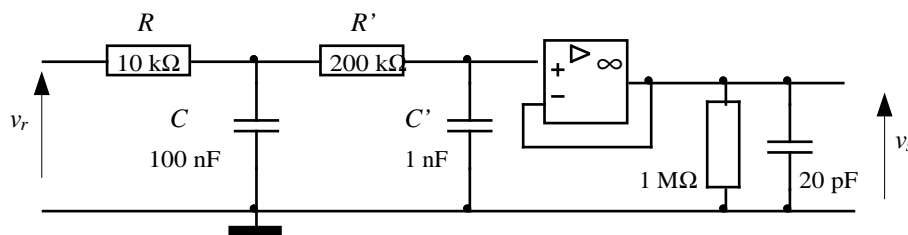
Etude expérimentale :

Réponse à un signal carré (réponse indicielle) : $v_r(t)$ = signal carré symétrique, $\Delta v_r = 2$ V crête à crête, $f = 50$ Hz.

b) Imprimer v_s . Rapidité : mesurer le temps de réponse à 5% : t_r .

c) Précision : visualiser l'erreur $\epsilon(t) = v_r(t) - v_s(t)$ à l'oscilloscope. Que vaut (en volts) l'écart statique ϵ ? En déduire sa valeur définie en pourcentage par : $\epsilon_{01} = \frac{\epsilon}{\Delta v_r}$.

Remarque : pour que l'impédance d'entrée de l'oscilloscope (qui équivaut à une résistance de 1 M Ω en parallèle avec un condensateur de 20 pF) n'influe pas sur le comportement du système, on utilise un amplificateur suiveur comme adaptateur d'impédance :



Réponse à un signal triangulaire : $v_r(t)$ = signal triangulaire symétrique, $\Delta v_r = 2$ V crête à crête, $f = 40$ Hz.

e) Visualiser $v_s(t)$. Mesurer l'erreur de pente.

f) Que vaut l'erreur de traînage ϵ_{02} ?

2) Correction Proportionnelle : $C(p) = 5$

Soit : $R_1 = R_2 = 100$ k Ω ; $k = 0,2$.

Etude théorique :

a) Exprimer $F(p)$ et en déduire les expressions de m et τ_0 . Application numérique.

Etude expérimentale :

Réponse à un signal carré : $v_e(t)$: signal carré symétrique, 1V crête à crête, $f = 50$ Hz.

b) Imprimer v_s . Mesurer le dépassement D (en %). Mesurer le temps de réponse à 5% : t_r .

c) Visualiser l'erreur ε et indiquer sa valeur (en %) en régime permanent : $\varepsilon_{01} = \frac{\varepsilon}{\Delta v_e}$.

d) Mesurer la dynamique en entrée.

Réponse à un signal triangulaire : $v_e(t)$: signal triangulaire symétrique, 1V crête à crête, $f = 50$ Hz.

e) Visualiser $v_s(t)$. Y a-t-il erreur de pente ?

f) Visualiser ε . Conclusion sur ε_{02} ?

3) Correction Proportionnelle et Intégrale PI : $C(p) = K \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$

Le correcteur est réalisé comme précédemment (1ère partie, question 3d) : $R_1 = R_2 = 100 \text{ k}\Omega$; $C_2 = 10 \text{ nF}$.

Etude théorique :

a) On choisit d'éliminer la constante de temps la plus longue : on prend donc $T_i = \tau$. Exprimer $T(p)$ dans ces conditions.

b) Donner l'allure du diagramme asymptotique de gain de $T(p)$. Calculer K pour avoir une marge de phase de 45° (même méthode de calcul qu'au § 3 - 1ère partie).

c) Exprimer $F(p)$; en déduire les expressions de m et τ_0 en fonction de T_i , K et τ . A.N.

Etude expérimentale :

Calculer la valeur à donner à k . Régler k .

Réponse à un signal carré : $v_e(t)$: signal carré symétrique, 1V crête à crête, $f = 50$ Hz.

d) Imprimer v_s . Mesurer le dépassement D (en %) . Déterminer le temps de réponse à 5% : t_r .

e) Visualiser l'erreur. En déduire la valeur de ε_{01} .

f) Mesurer la dynamique d'entrée.

Réponse à un signal triangulaire : $v_e(t)$: signal triangulaire symétrique, 1V crête à crête, $f = 50$ Hz.

g) Visualiser la tension de sortie v_s : y a-t-il une erreur de pente ?

h) Visualiser l'erreur : conclusion sur ε_{02} .

4) Correction Proportionnelle Intégrale et Dérivée PID

Etude théorique :

a) Exprimer $C(p)$ en fonction de K, R_1, R_2, C_1, C_2 . Montrer que $C(p)$ a la forme de la fonction de transfert d'un régulateur PID à structure série:

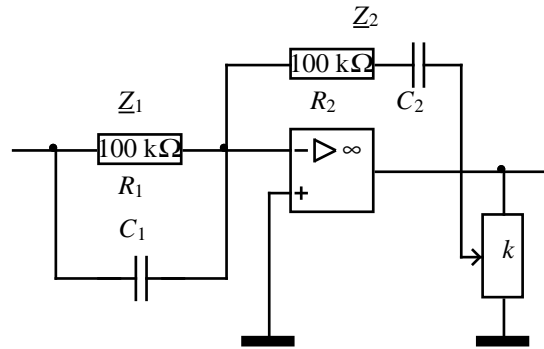
$$C(p) = K \left(1 + T_d p \right) \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

(On choisit un réglage simple : $T_d = R_1 C_1 = \tau$ et $T_i = R_2 C_2 = \tau'$, ainsi que : $K = 2,5$.)

A. N. : Calculer C_1, C_2 et k .

b) Exprimer $T(p)$.

c) Exprimer $F(p)$. A.N. : calculer son gain statique K_F et sa constante de temps τ_F .



Etude expérimentale :

Réponse à un signal carré : $v_e(t)$: signal carré symétrique, $f = 50$ Hz.

d) Mesurer la dynamique d'entrée. Constater que dans ce mode de correction le correcteur travaille presque toujours en tout ou rien en début de correction : expliquer pourquoi. En déduire le choix d'une valeur convenable de l'amplitude crête à crête de v_e pour qu'il n'y ait pas saturation.

e) Imprimer v_s . Mesurer le temps de réponse à 5% : t_r . Mesurer le dépassement. Justifier.

f) Visualiser l'erreur. En déduire la valeur de ϵ_{01} . Conclusion ?

Réponse à un signal triangulaire : $v_e(t)$: signal triangulaire symétrique, amplitude crête à crête sans changement, $f = 50$ Hz.

g) Visualiser la tension de sortie v_s : y a-t-il une erreur de pente ?

h) Visualiser l'erreur : conclusion sur ϵ_{02} .

Variations de k :

En agissant sur k , observer qualitativement le comportement du régulateur. Conclusion.

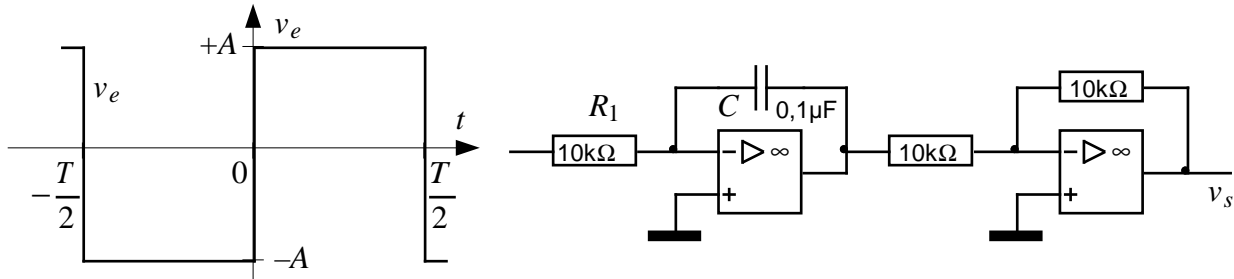
Tableau récapitulatif

question	correcteur	temps réponse	erreur statique	dynamique	dépassement	erreur de pente	erreur de traînage
		tr (ms)	ϵ_{01} (%)	ΔV_e (v)	D (%)	$\Delta p/p$ (%)	ϵ_{02} (%)
2ème o. -1	boucle ouverte						
2ème o. -2	correcteur P						
2ème o. -3	correcteur PI						
2ème o. -4	correcteur PID						

3ème partie : Intégrateur

But : procédure de détermination des paramètres caractéristiques (gain statique et constante de temps) d'un correcteur proportionnel et intégral.

I- Intégrateur pur : action sur un signal carré



On pose : $v_e(t) = -A$ pour $-T/2 < t < 0$ et $v_e(t) = +A$ pour $0 < t < T/2$.

Mesure : $v_e(t)$ est un signal carré symétrique d'amplitude crête $A = 0,2V$ et de fréquence 20 Hz. Observer le signal de sortie $v_s(t)$, en agissant éventuellement sur l'offset du GBF pour essayer d'éliminer toute composante continue de v_e . Que constate-t-on ?

Optimisation du fonctionnement du montage :

On veut limiter le gain en tension continu à $\left(\frac{V_s}{V_e}\right)_{\max} = 300$ à l'aide d'une résistance r_i connectée

en parallèle avec le condensateur :

a) Calculer r_i (rappel : l'impédance du condensateur en continu est infinie). Expérimenter. Conclusion.

b) Etablir la fonction de transfert $\frac{V_s}{V_e}(j\omega)$ de l'intégrateur pur (sans r_i).

c) Calculer la fréquence pour laquelle $\frac{V_s}{V_e} = 300$. En déduire la plage de fonctionnement en fréquence de l'intégrateur muni de sa résistance r_i .

d) Tracer dans le plan de Bode le diagramme asymptotique de gain.

Calculs littéraux :

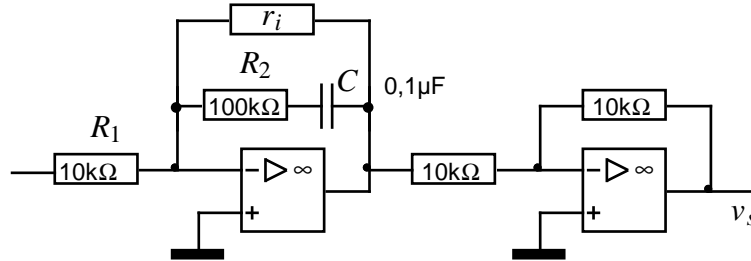
a) Etablir l'expression de l'équation différentielle qui lie $v_e(t)$ et $v_s(t)$. On pose : $\tau_i = R_1 C$.

b) En déduire l'expression des réponses $v_s(t)$ lorsque $v_e(t) = +A$ et $v_e(t) = -A$. (on suppose que la constante d'intégration est nulle).

2) Application : procédure de détermination des caractéristiques d'un correcteur PI

On modifie le montage comme indiqué sur le schéma.

Mesure : appliquer un signal carré identique au signal utilisé plus haut. Relever $v_s(t)$ (imprimer l'oscillogramme sur feuille A4).



Calculs littéraux :

a) Montrer que la fonction de transfert de ce circuit s'écrit (avec $p = j\omega$) : $\frac{V_s}{V_e}(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{\tau_i p} \right)$.

NB : dans ce calcul, négliger r_i .

b) En déduire (par changement $\frac{1}{p} \rightarrow \int \cdot dt$) l'équation différentielle qui lie $v_e(t)$ et $v_s(t)$.

c) En déduire l'expression des réponses $v_s(t)$ lorsque $v_e(t) = +A$ et $v_e(t) = -A$. (on suppose que la constante d'intégration est nulle).

d) Calculer $v_s(0_-)$ et $v_s(0_+)$. En déduire $[\Delta v_s]_{0_-}^{0_+} = v_s(0_+) - v_s(0_-)$, variation instantanée de la tension de sortie en $t = 0$.

e) Calculer $v_s(2\tau_i)$. En déduire $[\Delta v_s]_{0_+}^{2\tau_i} = v_s(2\tau_i) - v_s(0_+)$, variation de la tension de sortie entre $t = 0_+$ et $t = 2\tau_i$.

Exploitation des mesures : on veut mesurer K_i et τ_i :

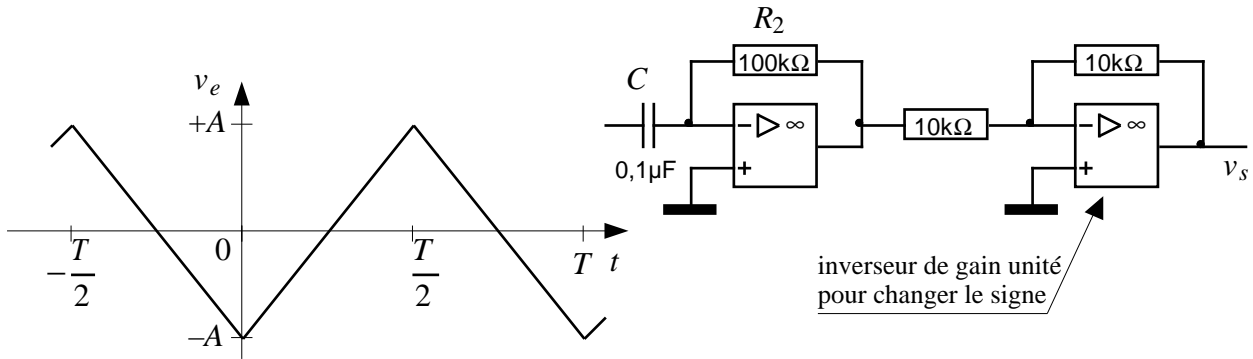
f) Des questions d) et e) déduire une procédure de mesure de $2\tau_i$, donc de τ_i , à partir du relevé effectué précédemment.

g) Connaissant l'amplitude A , en déduire la mesure de K_i .

4ème partie : dérivateur

But : procédure de détermination des paramètres caractéristiques (gain statique et constante de temps) d'un correcteur proportionnel et dérivé.

1) Dérivateur pur : action sur un signal triangulaire



Mesure : $v_e(t)$ est un signal triangulaire symétrique d'amplitude crête $A = 2\text{V}$ et de fréquence 20 Hz .
Relever le signal de sortie $v_s(t)$.

Calculs littéraires :

- Établir l'expression de l'équation différentielle qui lie $v_e(t)$ et $v_s(t)$. On pose : $\tau_d = R_2 C$.
- On pose : $v_{e-}(t) = -at + b$ pour $-T/2 < t < 0$ et $v_{e+}(t) = at + b$ pour $0 < t < T/2$. Exprimer a et b en fonction de A et T .
- Calculer les réponses $v_{s-}(t)$ pour $-T/2 < t < 0$ et $v_{s+}(t)$ pour $0 < t < T/2$.

Optimisation du signal de sortie :

Sur le relevé précédent, on remarque la présence d'un bruit haute fréquence important. Pour réduire ce bruit, on limite le gain en tension HF à $\left(\frac{V_s}{V_e}\right)_{\max} = 200$ à l'aide d'une résistance r_d

connectée en série avec le condensateur :

- Calculer r_d (rappel : en HF, l'impédance du condensateur est négligeable). Expérimenter. Conclusion.

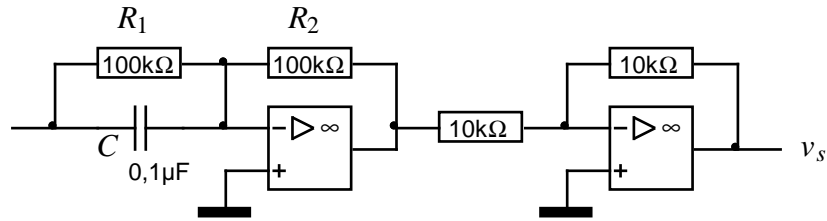
- Établir la fonction de transfert $\frac{V_s}{V_e}(j\omega)$ du dérivateur pur (sans r_d).

- Calculer la fréquence pour laquelle $\frac{V_s}{V_e} = 200$. En déduire la plage de fonctionnement en fréquence du dérivateur muni de sa résistance r_d .

- Tracer dans le plan de Bode le diagramme asymptotique de gain.

2) Application : procédure de détermination des caractéristiques d'un correcteur PD

On modifie le montage comme indiqué sur le schéma.



Mesure : appliquer un signal triangulaire identique au signal utilisé plus haut. Relever $v_s(t)$ (imprimer l'oscillogramme sur feuille A4).

Calculs littéraux :

- Montrer que la fonction de transfert de ce circuit s'écrit (avec $p = j\omega$) : $\frac{V_s}{V_e}(p) = K_d(1 + \tau_d p)$.
- En déduire (par changement $p \rightarrow \frac{d}{dt}$) l'équation différentielle qui lie $v_e(t)$ et $v_s(t)$.
- Calculer les réponses $v_{s-}(t)$ pour $-T/2 < t < 0$ et $v_{s+}(t)$ pour $0 < t < T/2$.
- Calculer $v_{s-}(0)$ et $v_{s+}(0)$. En déduire $[\Delta v_s]_{0-}^{0+} = v_{s+}(0) - v_{s-}(0)$, variation instantanée de la tension de sortie en $t = 0$.
- Calculer $v_{s+}(2\tau_d)$. En déduire $[\Delta v_s]_{0+}^{2\tau_d} = v_{s+}(2\tau_d) - v_{s+}(0)$, variation de la tension de sortie entre $t = 0^+$ et $t = 2\tau_d$.

Exploitation des mesures : on veut mesurer K_d et τ_d :

- Des questions d) et e) déduire une procédure de mesure de $2\tau_d$, donc de τ_d , à partir du relevé effectué précédemment.
- Connaissant la pente a , en déduire la mesure de K_d .