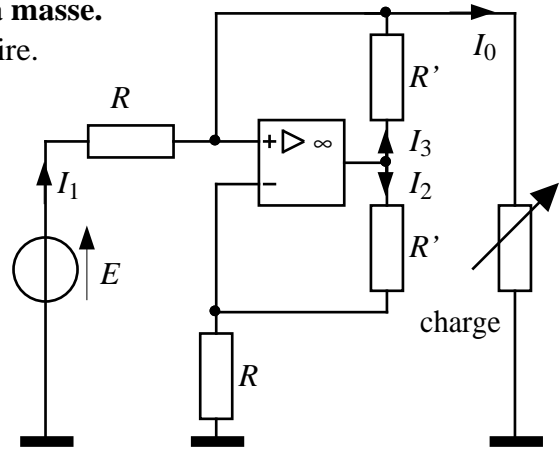


A26-1- Générateur de courant bipolaire, charge à la masse.

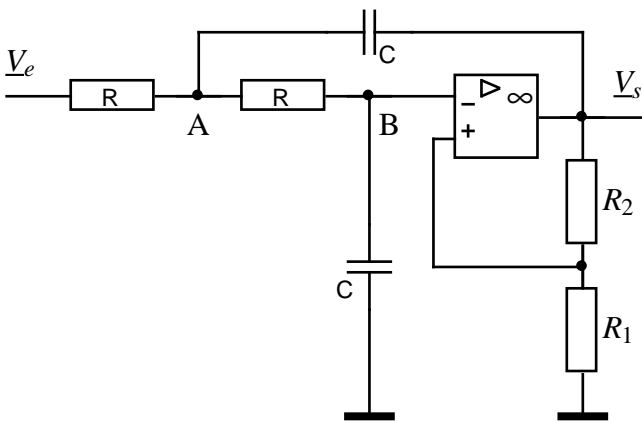
L'A. Op. est supposé parfait et en fonctionnement linéaire.

I_0 est le courant de sortie du générateur de courant.

- 1) Montrer que $I_2 = I_3$.
- 2) Établir la relation $I_0 = f(E,R)$.



A26-2- Filtre actif du second ordre



- 1) Établir la fonction de transfert de ce filtre. On posera : $k = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

- 2) Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme :
$$T(j\omega) = \frac{K}{1 + 2mj \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Préciser les expressions de K, m, ω_0 en fonction des éléments passifs du circuit : R, C, R_1, R_2 .

- 3) A.N. : On veut : $F_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 40 \text{ Hz}$; $m = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$. On donne : $C = 0,1\mu\text{F}$; $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$.

Calculer R et R_2 .

- 4) v_e est une tension sinusoïdale pure. Tracer les courbes de gain et de phase dans le plan de Bode pour $10 \leq f \leq 100\text{Hz}$.
- 5) v_e est un échelon de tension d'amplitude 1V. Tracer le graphe de la réponse indicielle.
- 6) Préciser la condition de stabilité de ce filtre.

A26-3- Comparateur de phase

Ce comparateur délivre une tension continue (v_6) proportionnelle à la différence de phase $\Delta\phi$ entre deux signaux sinusoïdaux de même fréquence, respectivement :

$$v_1(t) = V_1 \sin(2\pi F_1 t) \text{ et } v'_1(t) = V'_1 \sin(2\pi F_1 t - \phi).$$

Schéma de principe :

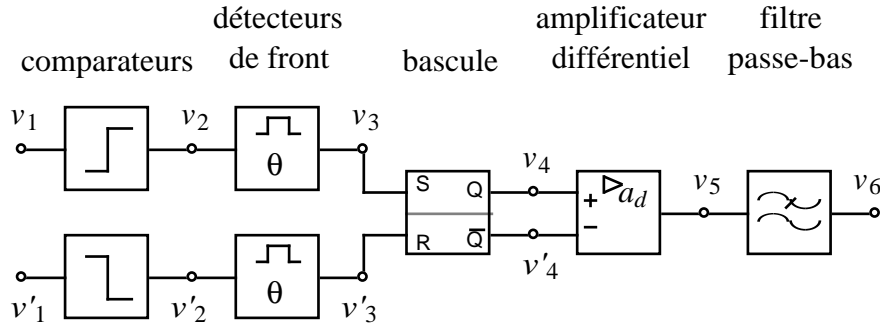
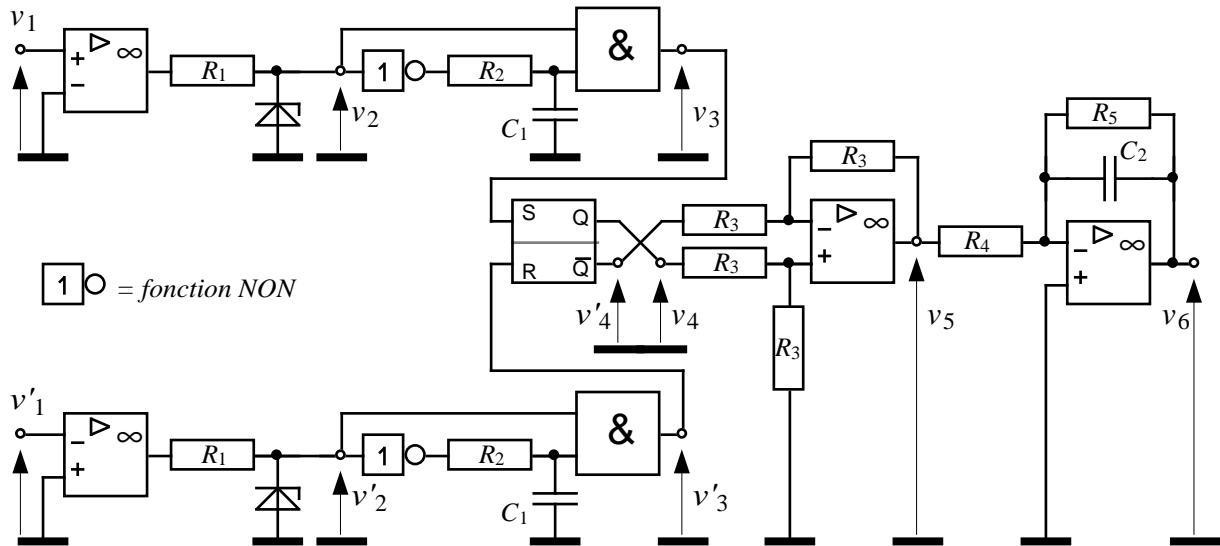


Schéma général :



Les A. Op, alimentés en $\pm 12V$, sont supposés parfaits. Les circuits logiques (CMOS) sont alimentés en 10V. Leur seuil de basculement est $V_b = 5V$.

On donne : $V_1 = V'_1 = 5V$, $F_1 = 50Hz$ ($\Leftrightarrow T = 20ms$) et $\phi = \pi/3$.

Tous les graphes seront tracés par rapport à une origine des temps commune.

1) *Comparateurs TOR*. On donne : diodes zener de tension de référence égale à 10V.

Tracer v_1, v_2, v'_1, v'_2 .

2) *Détecteurs de fronts montant* (voir A23-TD exercice 3). On donne : $R_2 = 33k\Omega$; $C_1 = 47nF$.

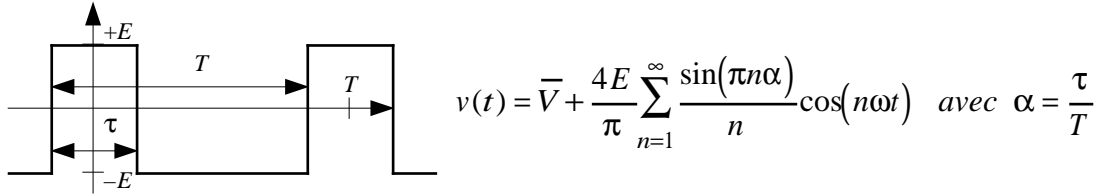
Expliquer le fonctionnement du montage. Tracer v_3 et v'_3 . Calculer la durée θ des impulsions générées par ce circuit lors d'un front montant des tensions d'entrée v_2 et v'_2 .

3) *Bascule RS*. Tracer v_4 et v'_4 . Déterminer l'expression littérale du rapport cyclique α de v_4 en fonction de ϕ . A.N.

4) *Amplificateur différentiel*. Exprimer v_5 en fonction de v_4 et v'_4 . Tracer v_5 . Que peut-on dire de son rapport cyclique ?

5) *Filtre passe-bas.* On donne : $R_4 = R_5 = 68k\Omega$; $C_2 = 4,7\mu F$. Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert \underline{T} de ce filtre. Calculer sa fréquence de coupure F_c . Tracer la courbe de gain dans le plan de Bode pour $0,01 \leq f \leq 1000\text{Hz}$. Noter sur ce graphe les points d'abscisses F_c et F_1 .

6) Le spectre d'un signal rectangulaire bipolaire de rapport cyclique α a pour expression :



Exprimer la valeur moyenne de v_5 , notée \bar{V}_5 , en fonction de α .

Calculer l'amplitude du fondamental et des harmoniques de rang ≤ 10 de v_5 .

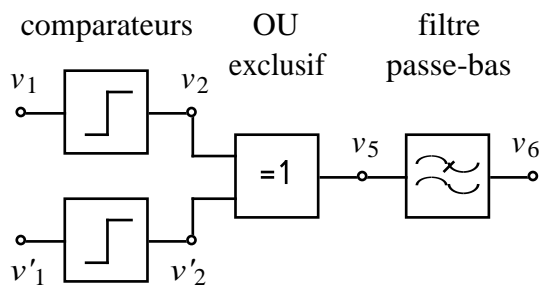
A.N. : $\alpha = 2/3$; tracer le graphe du spectre d'amplitude de v_5 .

7) Calculer la valeur moyenne, l'amplitude du fondamental et des harmoniques de rang ≤ 10 de v_6 .

A.N. : $\alpha = 2/3$; tracer le graphe du spectre d'amplitude de v_6 .

8) Déterminer l'expression de la valeur moyenne de v_6 , notée \bar{V}_6 , en fonction de φ . Tracer v_6 .

9) Par rapport à un comparateur de phase à OU Exclusif, dont le schéma synoptique est précisé ci-dessous, quel est l'avantage de ce schéma ?



REPONSES

A26-1- Générateur de courant bipolaire, charge à la masse.

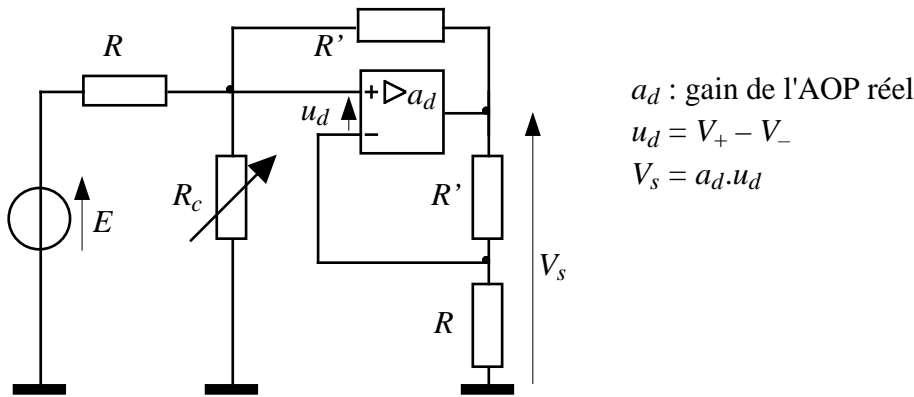
1) Soient V_+ , V_- et V_s les tensions mesurées aux bornes de l'AOP, respectivement sur l'entrée +, l'entrée - et la sortie par rapport à la masse. En appliquant la loi des mailles puis la loi d'Ohm, on constate que $I_2 = \frac{V_s - V_-}{R'}$ et $I_3 = \frac{V_s - V_+}{R'}$.

Or $V_+ = V_-$, car l'A. Op. est en fonctionnement linéaire. Donc $I_2 = I_3$.

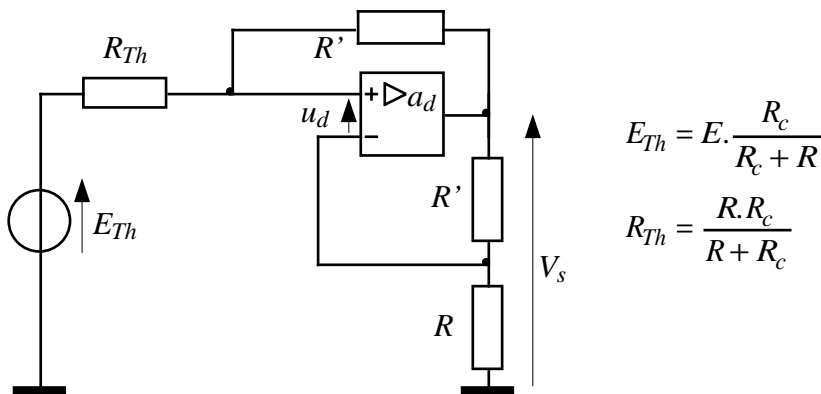
2) D'après la loi des nœuds, on note que $I_0 = I_1 + I_3$, donc que $I_0 = I_1 + I_2$. L'équation de la maille d'entrée s'écrit : $E - R.I_1 - (V_+ - V_-) - R.I_2 = 0$, soit $E = R.I_1 + R.I_2 = R.I_0$.

Remarque : le fonctionnement linéaire de ce montage n'est pas évident à priori, puisque l'AOP est soumis à deux boucles aux effets antagonistes : boucle de réaction sur l'entrée + et boucle de contre-réaction sur l'entrée -. On peut analyser ce montage comme suit :

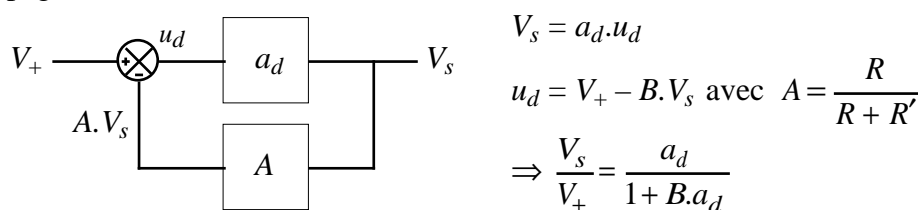
a) Du point de vue électrique, E est la variable d'entrée et V_s la variable de sortie :



b) L'ensemble $\{E, R, R_c \text{ (charge)}\}$ est équivalent à un générateur de Thévenin :

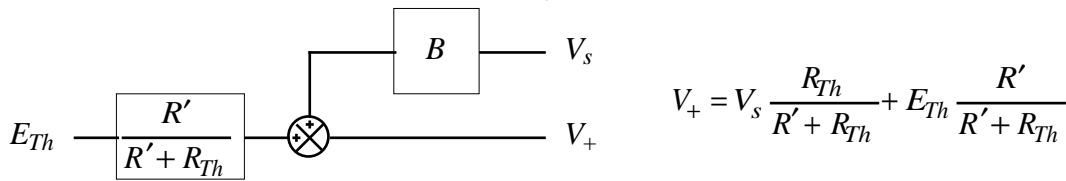


c) L'ensemble $\{AOP, R', R, \text{ avec entrée } V_+ \text{ et sortie } V_s\}$ a pour schéma fonctionnel (cf chap A21 page 11 du cours) :

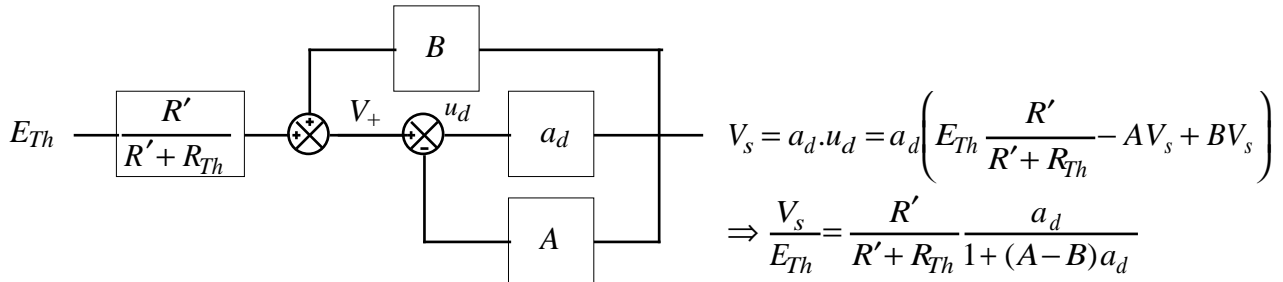


d) La tension V_+ se calcule en appliquant le théorème de Millman : $V_+ = \frac{V_s \cdot R_{Th} + R' \cdot E_{Th}}{R' + R_{Th}}$

Ce qui correspond, en posant $B = \frac{R_{Th}}{R' + R_{Th}}$, au schéma fonctionnel suivant :



e) Le schéma fonctionnel global est donc :



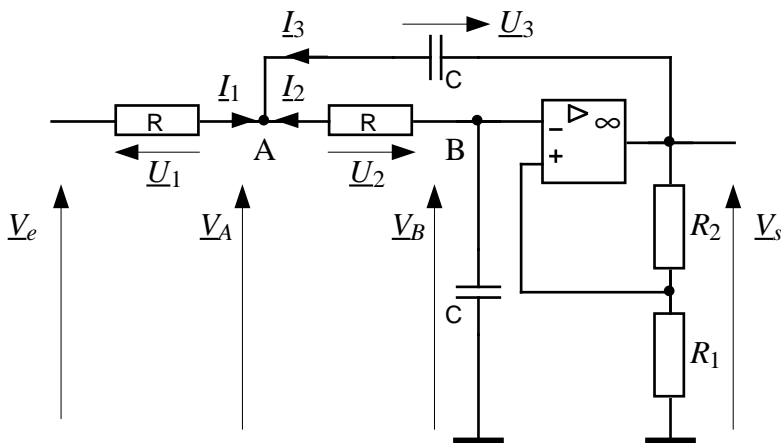
f) Pour que ce système soit stable, il faut : $A - B > 0$, soit $A > B$ (autrement dit, le taux de contre-réaction sur l'entrée - doit être supérieur au taux de réaction sur l'entrée +). Les résistances étant toutes positives, il vient :

$$\frac{R}{R + R'} > \frac{R_{Th}}{R' + R_{Th}} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \frac{R'}{R}} > \frac{1}{1 + \frac{R'}{R_{Th}}} \Leftrightarrow \frac{R'}{R} < \frac{R'}{R_{Th}} \Leftrightarrow R > R_{Th}$$

On vérifie bien que cette dernière condition est toujours satisfaite, puisque R_{Th} , résultat de l'association parallèle de R et de R_c , est nécessairement inférieure à R .

A26-2- Filtre actif du second ordre

1) Définition des tensions et des courants présents dans ce circuit :



- Amplificateur non inverseur : (1) $\underline{V}_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{V}_B = k \cdot \underline{V}_B$
- Diviseur de tension en B : (2) $\underline{V}_B = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} \underline{V}_A = \frac{1}{1 + jRC\omega} \underline{V}_A$
- Loi des nœuds en A : (3) $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$
- Loi des mailles (x 3) : (4) $\underline{U}_1 = \underline{V}_e - \underline{V}_A$; $\underline{U}_2 = \underline{V}_B - \underline{V}_A$; $\underline{U}_3 = \underline{V}_s - \underline{V}_A$
- Loi d'Ohm : (3) et (4) \Rightarrow (5) $\frac{\underline{V}_e - \underline{V}_A}{R} + \frac{\underline{V}_B - \underline{V}_A}{R} + \frac{\underline{V}_s - \underline{V}_A}{\frac{1}{jC\omega}} = 0$

$$\text{D'où : (5)} \Rightarrow \frac{\underline{V}_e}{R} + \frac{\underline{V}_B}{R} + jC\omega k \cdot \underline{V}_B = \underline{V}_A \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + jC\omega \right)$$

$$(2) \Rightarrow \underline{V}_e + \underline{V}_B + jRC\omega k \cdot \underline{V}_B = \underline{V}_B (1 + jRC\omega) (2 + jRC\omega)$$

$$(1) \Rightarrow \underline{V}_e = \frac{\underline{V}_s}{k} \left(1 + (3 - k) jRC\omega + (jRC\omega)^2 \right)$$

$$\Rightarrow \underline{T} = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{k}{1 + (3 - k) jRC\omega + (jRC\omega)^2}$$

2) Par identification avec la forme $\frac{K}{1 + 2mj \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$, on trouve :

- gain statique : $K = k$

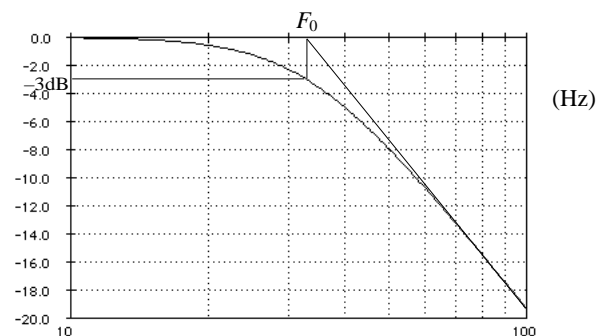
- pulsation propre : $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

- amortissement : $m = \frac{3 - K}{2}$

$$3) m = 0,7 = \frac{3 - K}{2} \Rightarrow K = 1,6 = 1 + \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow R_2 = 66 \text{ k}\Omega ; F_0 = \frac{1}{2\pi RC} = 33 \Rightarrow R \approx 48,2 \text{ k}\Omega.$$

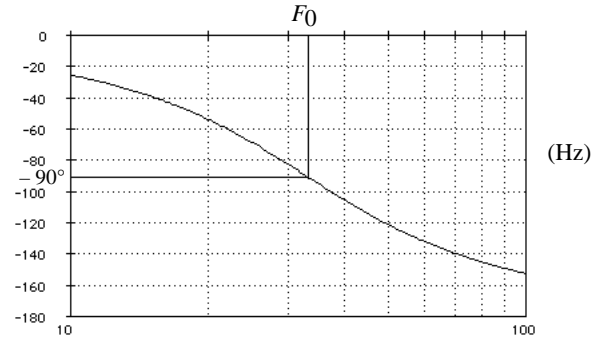
$$4) G = 20 \log \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{f}{F_0}\right)^2\right)^2 + \left(2m \frac{f}{F_0}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow G = -10 \log \left[\left(1 - \left(\frac{f}{33}\right)^2\right)^2 + 2 \left(\frac{f}{33}\right)^2 \right]$$



$$\varphi = -\arctan \frac{2m \frac{f}{F_0}}{1 - \left(\frac{f}{F_0}\right)^2}$$

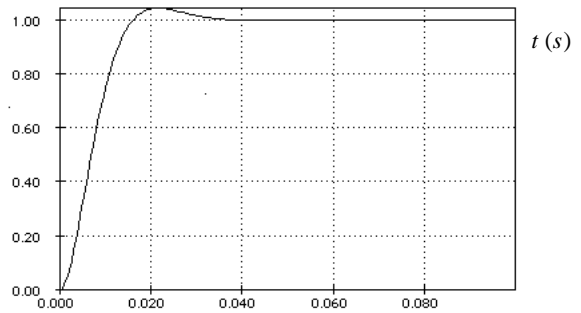
$$\Rightarrow \varphi = \begin{cases} -\arctan \frac{\sqrt{2} \frac{f}{33}}{1 - \left(\frac{f}{33}\right)^2} & \text{si } 1 - \left(\frac{f}{33}\right)^2 > 0 \\ -\arctan \frac{\sqrt{2} \frac{f}{33}}{1 - \left(\frac{f}{33}\right)^2} - \pi & \text{si } 1 - \left(\frac{f}{33}\right)^2 < 0 \end{cases}$$



5) (voir formulaire dans cours, chap A14)

$$v_s = 1 - e^{-m2\pi F_0 t} \left(\cos 2\pi F_1 t + \frac{m}{\sqrt{1-m^2}} \sin 2\pi F_1 t \right) \text{ avec } F_1 = F_0 \sqrt{1-m^2} = \frac{F_0}{\sqrt{2}}$$

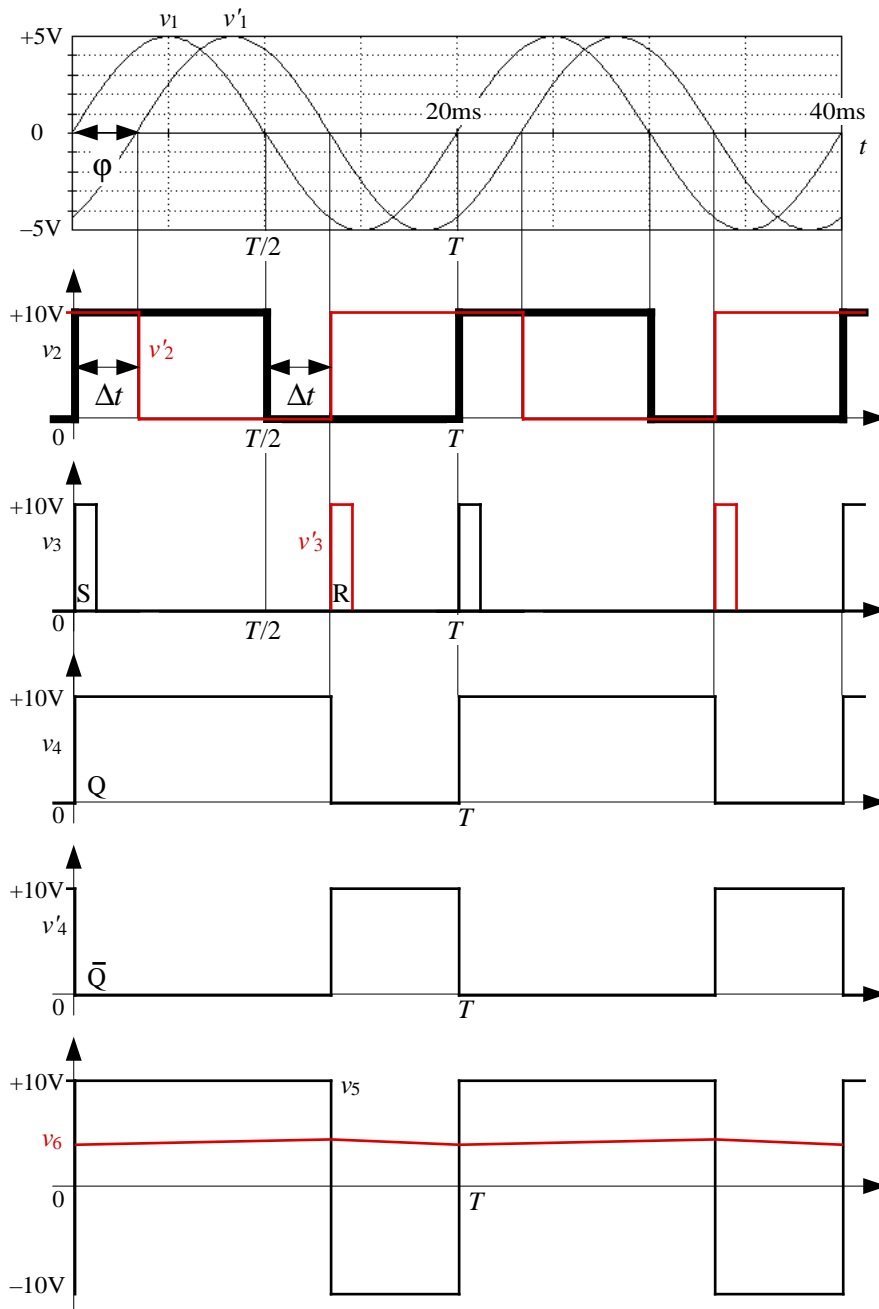
$$\Rightarrow v_s = 1 - e^{-\sqrt{2}\pi 33 t} \left(\cos \sqrt{2}\pi 33 t + \sin \sqrt{2}\pi 33 t \right)$$



6) Pour que le filtre soit stable, il faut $m > 0$, soit $K < 3$.

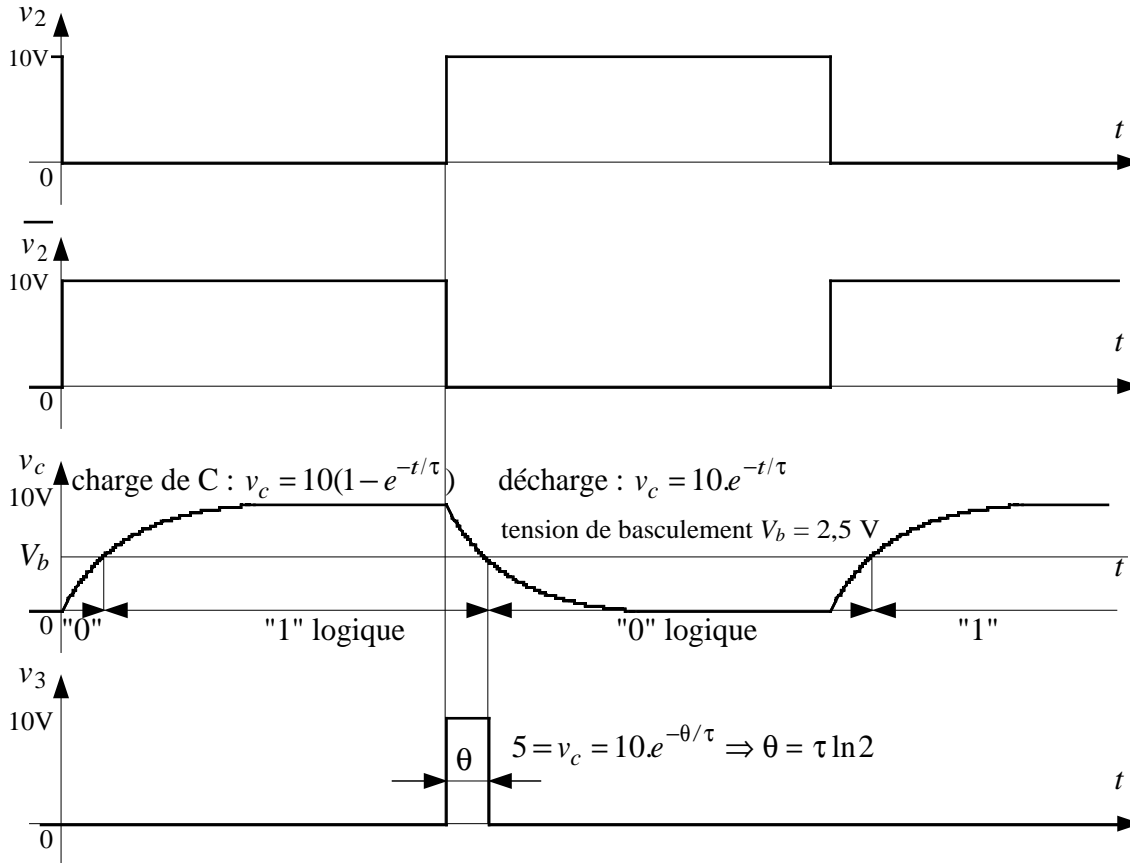
A26-3- Comparateur de phase

Grappe général des signaux :



- 1) $v_1 > 0 \Rightarrow$ sortie de l'A.Op saturée à $+12V \Rightarrow v_2 = +10V$ (tension zéner)
 $v_1 < 0 \Rightarrow$ sortie de l'A.Op saturée à $-12V \Rightarrow v_2 = 0$ (diode zéner en direct)
 $v'_1 > 0 \Rightarrow$ sortie de l'A.Op saturée à $-12V$ (comparateur inverseur) $\Rightarrow v'_2 = 0$
 $v'_1 < 0 \Rightarrow$ sortie de l'A.Op saturée à $+12V \Rightarrow v'_2 = +10V$

2) Appelons $\overline{v_2}$ (lire "NON- v_2 ") la tension de sortie de la porte NON et v_c la tension aux bornes du condensateur. En reprenant l'exercice A23-3, il vient :



On calcule : $\theta = RC \ln 2 = 33000.47.10^{-9} .\ln 2 \approx 1 \text{ ms}$

3) Les tensions v_4 et v'_4 sont tracées en fonction de la table de vérité d'une bascule RS :

R = V3	S = V3	Q(n) = V4
0	0	Q(n-1)
0	1	1
1	0	0
1	1	∅

On en déduit le calcul du rapport cyclique α de v_4 (voir graphe) :

a) décalage horaire de v'_1 : $v'_1 = V'_1 \sin(2\pi F_1 t - \varphi) = V'_1 \sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \varphi \frac{T}{2\pi}\right)\right] \Rightarrow \Delta t = \frac{\varphi}{2\pi} T$

b) rapport cyclique de v_4 : $\alpha = \frac{\Delta t + \frac{T}{2}}{T} = \frac{\frac{\varphi}{2\pi} T + \frac{T}{2}}{T} \Rightarrow \alpha = \frac{\varphi}{2\pi} + \frac{1}{2}$

c) A.N. : $\alpha = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$

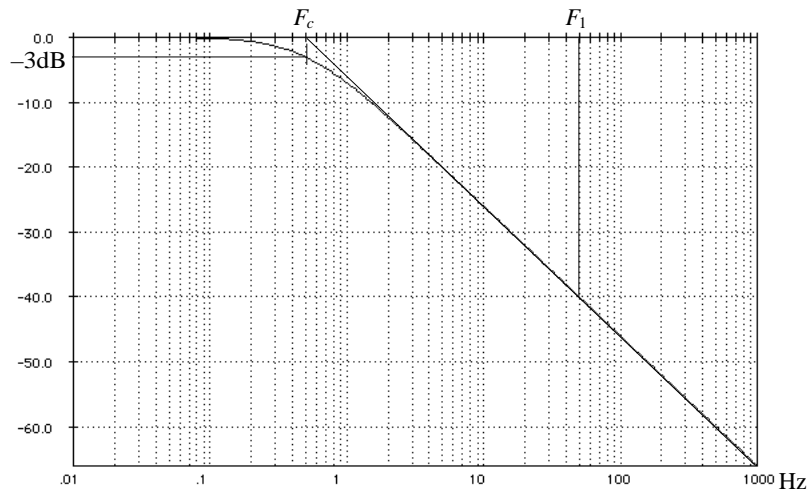
4) Montage soustracteur, A.Op en fonctionnement linéaire (boucle de contre-réaction sur l'entrée inverseuse). Ici les quatre résistances sont égales. On calcule :

$$\left. \begin{aligned} V_- &= \frac{v_5 R_3 + v_4' R_3}{R_3 + R_3} \text{ (th de Milman)} \\ V_+ &= \frac{R_3}{R_3 + R_3} v_4 \text{ (diviseur de tension)} \\ V_- &= V_+ \text{ (AOP en fonc}^t \text{ linéaire)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_5 = v_4 - v_4'$$

v_5 varie entre $-10V$ et $+10V$. Son rapport cyclique est identique à celui de v_4 .

$$5) \underline{Z}_{R_5//C_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_5} + jC_2\omega} \Rightarrow \underline{T} = -\frac{R_5}{R_4(1 + jR_5C_2\omega)} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \text{ (car } R_4 = R_5)$$

On calcule : $F_c = \frac{1}{2\pi R_4 C_2} = 0,5 \text{ Hz}$ et on trace : $G = 20\log|T| = 20\log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{F_c}\right)^2}}$

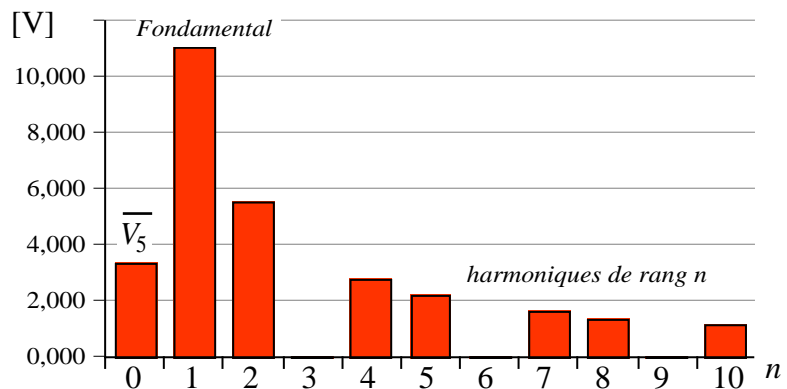


6) On calcule la valeur moyenne de v_5 par la méthode des surfaces :

$$\bar{V}_5 = \frac{E \cdot \tau - E \cdot (T - \tau)}{T} = E \left(2 \frac{\tau}{T} - 1 \right) \Rightarrow \bar{V}_5 = 10(2\alpha - 1) \text{ [V]}$$

On calcule le spectre par le tableau de valeurs : $V_n = \left| \frac{4 \cdot 10 \sin(\pi n \alpha)}{\pi n} \right|$ pour $n \geq 1$

	n	V5n [V]
val. moyenne	0	3,333
fondamental	1	11,027
harmoniques	2	5,513
	3	0,000
	4	2,757
	5	2,205
	6	0,000
	7	1,575
	8	1,378
	9	0,000
	10	1,103



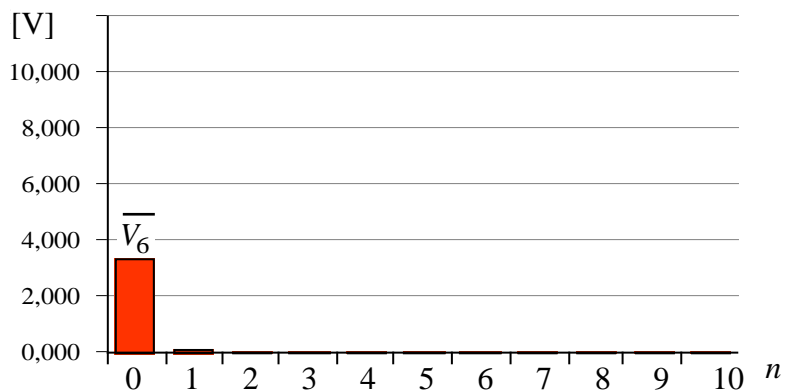
7) Par définition, $T = \frac{V_6}{V_5} \Rightarrow V_6 = |T|V_5$. Pour une fréquence donnée, l'amplitude de v_6 est égale à l'amplitude de v_5 multipliée par le module de la fonction de transfert du filtre à cette fréquence.

Sachant que $|T| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{F_c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{n.F_1}{F_c}\right)^2}}$, avec $F_1 = 50$ Hz, on construit pour chacune des

composantes du signal (valeur moyenne + fondamental + harmoniques) le tableau suivant. Pour mémoire, on rappelle également l'atténuation du filtre en dB. Le spectre de v_6 s'en déduit.

On peut remarquer l'efficacité du filtrage, qui ne laisse pratiquement passer que la composante continue du signal.

n	V5n [V]	T	G [dB]	V6n [V]
0	3,333	1	0	3,333
1	11,027	1,00e-2	-40	0,110
2	5,513	5,00e-3	-46	0,028
3	0,000	3,33e-3	-50	0,000
4	2,757	2,50e-3	-52	0,007
5	2,205	2,00e-3	-54	0,004
6	0,000	1,67e-3	-56	0,000
7	1,575	1,43e-3	-57	0,002
8	1,378	1,25e-3	-58	0,002
9	0,000	1,11e-3	-59	0,000
10	1,103	1,00e-3	-60	0,001



8)

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_6 = \bar{V}_5 = 10(2\alpha - 1) \\ \alpha = \frac{\varphi}{2\pi} + \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{V}_6 = 10 \frac{\varphi}{\pi} \quad \text{A.N. : } \bar{V}_6 = 3,33 \text{ V}$$

9) Le fonctionnement du comparateur de phase à OU Exclusif est le suivant :

On calcule facilement :

$$\alpha = \frac{\Delta t}{T} = 2 \cdot \frac{\frac{\varphi}{2\pi} T}{T} = \frac{\varphi}{\pi}$$

$$\Rightarrow \bar{V}_6 = 10\alpha = 10 \cdot \frac{\varphi}{\pi}$$

formule apparemment identique au résultat précédent, mais qui en diffère car ici \bar{V}_6 est toujours positif. En ne tenant pas compte du signe de φ , il est alors impossible de faire la distinction entre un retard et une avance de phase.

