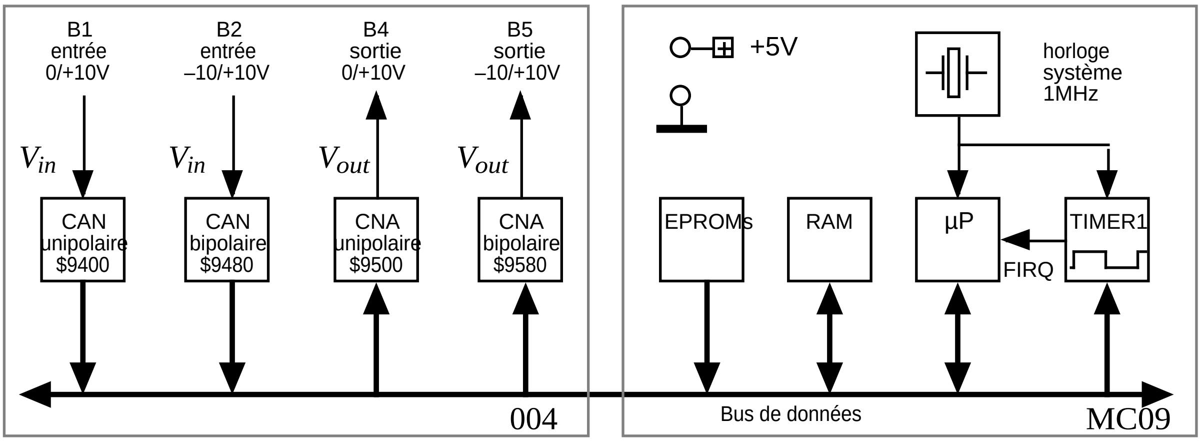
B23 - Filtrage Numérique

But : réaliser par voie numérique la fonction filtrage analogique étudiée précédemment (voir partie A du programme, TP A14). Matériel : identique au TP B15.

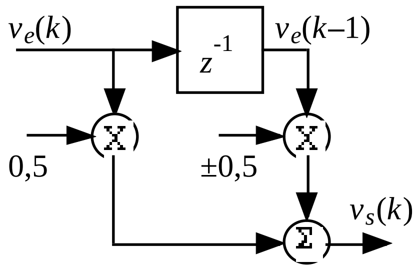


I- Filtres non récursifs *(filtres à Réponse Impulsionnelle Finie - RIF)*

On désire étudier expérimentalement les filtres suivants (voir cours, §B23), avec T_e = 100µs :

- dérivateur : $v_s(k) = \dfrac{v_e(k) - v_e(k-1)}{2}$

- interpolateur : $v_s(k) = \dfrac{v_e(k) + v_e(k-1)}{2}$




```
Algorithme (du sous-programme d'interruption) :
          Préchargement timer
          Acquisition de ve(k) sur le CAN
          Mémoriser ve(k)
          vs(k) = [ve(k) ± ve(k-1)]/2
          Remplacer, en mémoire, ve(k-1) par ve(k)
          Sortie de vs(k) vers le CNA
          retour
```

Comme précédemment (TP B21 - Discrétisation), et si ce n'est déjà fait, précharger la période d'échantillonnage (100µs) aux adresses $0F00:0F01. Exécuter le programme $AC91 (soustraction) puis le programme $ACBF (addition).

1) Réponses en fréquence

a) *Tableaux de mesures :* régler le GBF de façon à fournir une tension $v_e(t)$ sinusoïdale pure d'amplitude 2 volts.

Pour diverses valeurs de f convenablement choisies comprises entre F_e/200 et F_e/2 (fréquence de Shannon), mesurer pour chaque filtre : $V_{e\mathrm{eff}}$, $V_{s\mathrm{eff}}$. Calculer $|\underline{T}| = \dfrac{V_{s_\mathrm{eff}}}{V_{e_\mathrm{eff}}}$ puis $G_{\mathrm{dB}} = 20 \log |\underline{T}|$.

Remplir deux tableaux de mesures : f, ω, V_e, V_s, $|\underline{T}|$, G.

Faire de même en mesurant le déphasage φ de v_s par rapport à v_e, *pour l'interpolateur uniquement :* tableau φ (°), φ (rad), Δt

Rappel : $v(t) = A\sin(\omega t + \varphi) = A\sin\left[\omega\left(t + \dfrac{\varphi}{\omega}\right)\right] = A\sin[\omega(t+\Delta t)] \Rightarrow \Delta t = \dfrac{\varphi}{\omega}$

b) *Courbes de gain :* tracer sur un même graphe semi-logarithmique les courbes de gain G(f). Relever graphiquement les fréquences de coupure (F_c) à –3 dB.

c) *Asymptotes :* tracer les asymptotes des courbes relevées. Quelles sont leurs pentes ?

d) *Calcul théorique de la fonction de transfert du filtre dérivateur :*

Sachant que, en régime harmonique : $v_s(k) = \dfrac{v_e(k) - v_e(k-1)}{2} \Rightarrow \underline{V}_s(k) = \dfrac{\underline{V}_e(k) - \underline{V}_e(k-1)}{2}$ avec $\underline{V}_e(k-1) = \underline{V}_e(k).e^{-j\omega T_e}$, établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{V}_s(k)}{\underline{V}_e(k)}$.

Montrer que le gain de ce filtre est : $G = 20\log\left|\sin\pi\dfrac{f}{F_e}\right|$ *(rappel :* $1 - \cos x = 2\sin^2\dfrac{x}{2}$*).*

e) *Calcul théorique de l'asymptote oblique du filtre dérivateur :*
Sachant que $\sin x \approx x$ lorsque $x \to 0$, en déduire l'équation $G(f)$ de cette asymptote.
A quelle fréquence F_0 coupe-t'elle l'axe des abscisses ?

f) *Fréquence de coupure :* en agissant sur la valeur de préchargement du timer, faire varier pour l'un des filtres la période d'échantillonnage (par ex. : 200 µs). Vérifier que la fréquence de coupure du filtre reste proportionnelle à F_e. Sachant que $\sin\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, en déduire la relation qui lie F_c à F_e.

⚠ La valeur de T_e ne peut être inférieure au temps d'exécution du sous-programme d'interruption. En tout état de cause, garder $T_e \geq 50$ µs.

g) *Courbes de phase :* à partir du tableau de mesure (question a), tracer en échelle linéaire la courbe de phase $\varphi(f)$ de l'un des deux filtres. Conclusion : de quelle forme est la relation $\varphi(f)$?

h) *Décalage horaire :* que peut-on dire du retard pur Δt introduit par le système numérique entre la tension d'entrée et la tension de sortie ?
Conclusion : si Δt est grand (supposition : le µP est trop lent et le système numérique "rame" !), que devient φ ?

i) *Dynamique d'entrée :* sur le filtre interpolateur, en basse fréquence, augmenter l'amplitude du signal d'entrée pour observer le phénomène de saturation numérique.

En déduire la dynamique d'entrée du filtre.

2) Réponses indicielles

a) Relever, pour chaque filtre, sa réponse indicielle à partir d'un signal logique (GBF sortie TTL).

b) Pour chaque filtre, remplir le tableau :

k	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Ve								
Vs								

Vérifier que la réponse du filtre est de durée finie : combien faut-il de périodes d'échantillonnage pour répondre à l'impulsion d'entrée ?

c) Observer pour diverses formes de signaux l'action du filtre dérivateur.

II- Filtre récursif *(filtre à Réponse Impulsionnelle Infinie - RII)*

On désire étudier expérimentalement l'équivalent numérique d'un filtre du premier ordre. L'algorithme du filtre est obtenu par simulation approchée par dérivée arrière (voir cours, §B23) :

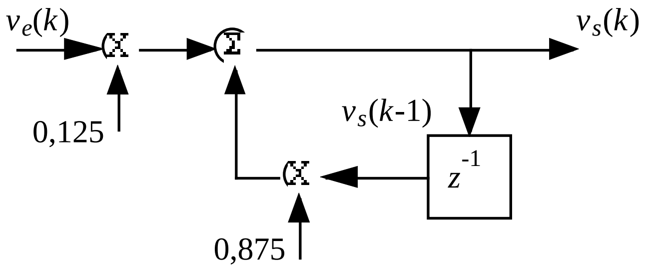
$$\tau \frac{dv_s(t)}{dt} + v_s(t) = v_e(t) \Rightarrow \tau \frac{v_s(k) - v_s(k-1)}{T_e} + v_s(k) = v_e(k) \Rightarrow v_s(k) = \frac{v_e(k) + \frac{\tau}{T_e} v_s(k-1)}{1 + \frac{\tau}{T_e}}$$

Cet algorithme est récursif, puisque la sortie à l'instant k dépend de sa valeur à l'instant k–1.

Soit T_e = 100µs et τ = 700µs (ces valeurs sont choisies pour se limiter à un algorithme de calcul facile à programmer en langage machine).

Donc : $\frac{\tau}{T_e} = 7 \Rightarrow v_s(k) = 0{,}125.v_e(k) + 0{,}875.v_s(k-1)$

```
Algorithme (du sous-programme d'interruption) :
        Préchargement timer
        Acquisition de u(k) sur le CAN
        vs(k) = [ve(k) + 7* vs(k-1)]/8
        remplacer, en mémoire, vs(k-1) par vs(k)
        Sortie de vs(k) vers le CNA
        retour
```



NB : en binaire, une division par 8 est obtenue facilement par trois décalages à droite successifs (soit trois divisions par 2). Par exemple :

12/2 = | 1 | 1 | 0 | 0 | → | | 1 | 1 | 0 | = 6

La multiplication par 7 est exécutée par l'instruction MUL.

a) Exécuter le programme $ACED. Relever la courbe de gain.

b) Mesurer la fréquence de coupure. Sachant que τ = 700µs, quelle serait le fréquence de coupure du filtre analogique correspondant ?

c) Relever la réponse indicielle à partir d'un signal logique. Celle-ci est-elle réellement "infinie" ? Estimer le nombre de périodes d'échantillonnage nécessaires pour atteindre 100% de la réponse.

d) Calculer les 5 premières valeurs de la réponse à un échelon unité (v_e = 1 pour t > 0) :

k	-1	0	1	2	3	4	5
Ve							
Vs							

e) *Calcul théorique de la courbe de gain (méthode approchée)*

Sachant que, en régime harmonique :

$$v_s(k) = 0{,}125 v_e(k) + 0{,}875 v_s(k-1) \Rightarrow \underline{V}_s(k) = 0{,}125 \underline{V}_e(k) + 0{,}875 \underline{V}_s(k-1)$$

avec $\underline{V}_s(k-1) = \underline{V}_s(k).e^{-j\omega T_e}$, établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ de ce filtre puis de son gain en dB. En déduire sa fréquence de coupure à – 3dB.

ISBN 2-9520781-1-4 http://www.syscope.net EAN 9782952078115