

C32-1- MOTEUR CC À EXCITATION SÉPARÉE

Etude du moteur Leroy-Somer ref LSK 1124M-05

A) Régime de fonctionnement STATIQUE

1- Constante de couple

- 1.1- Calculer Ω_n
 - 1.2- Calculer E_n . En déduire K .
 - 1.3- Calculer la valeur nominale C_n du couple moteur C_m .
- Comparer la valeur trouvée aux données constructeur. Conclusion.

U_n	260	V
P_{un}	8200	W
N_n	1200	tr/mn
C_{un}	65	Nm
I_n	40	A
η	0,79	
L	0,014	H
R	1,39	Ω

2- Caractéristique électrique

- 2.1- Établir la relation littérale $I(E)$ avec pour paramètres U et R .
- 2.2- Pour $U = U_n$, calculer I_{\max} , valeur du courant lorsque le moteur démarre. Que vaut alors le couple moteur ?
- 2.3- Si l'on connecte brusquement le moteur, départ arrêté, à une source de tension de valeur égale à U_n , combien faut-il de temps pour que le courant atteigne 95% de cette valeur ?
- 2.4- Conclusion : on veut assurer un démarrage "en douceur" du moteur, avec un couple de démarrage tel que $C_d = 1,6C_n$. Quelle doit être la valeur U_d de la tension d'alimentation à cet instant ?

3- Bilan des puissances en fonctionnement nominal

- 3.1- Calculer P_a et P_{JR}
- 3.2- Conversion électro-mécanique : calculer successivement P_{em} par $P_{em} = P_a - P_{JR}$, puis $P_{em} = E_n I_n$, enfin par $P_{em} = C_m \Omega_n$.
- 3.3- Comparer ces résultats aux données constructeur (P_u et η). Conclusion : que peut-on dire des pertes "Fer" ?

4- Réseau de caractéristiques mécaniques statiques

- 4.1- Établir la relation $C_m(\Omega)$ avec pour paramètres K , U et R .
- 4.2- Calculer $C_d = C_m(0)$ (couple de démarrage) et la vitesse à vide Ω_{\max} puis N_{\max} pour $U = 0,25U_n$; $0,5U_n$; $0,75U_n$; U_n .
- 4.3- Tracer le réseau de caractéristiques statiques du moteur dans le plan $C_m(N)$ pour $0 \leq C_m \leq 100$ Nm. Échelle :
 X : 10 cm \leftrightarrow 2000 tr/mn. Graduer également cet axe en volts (valeurs de E)
 Y : 10 cm \leftrightarrow 100 Nm. Graduer également cet axe en ampères (valeurs de I)

5- Point de fonctionnement de l'ensemble { moteur + charge } sous tension nominale

- 5.1- On pose $C_m = -A.N + B$. Calculer A et B pour $U = U_n$.
 Au point de fonctionnement de l'ensemble { moteur + charge }, on a : $C_m = C_r$. Dans chacun des cas suivants, calculer les coordonnées (vitesse en tr/mn et couple) de ce point pour $U = U_n$:
- 5.2- Couple résistant constant (ex. : traction) : $C_r = C_{um} = 65$ Nm
- 5.3- Couple résistant proportionnel à la vitesse (ex. : pompe) : $C_r = f_1.N$ avec $f_1 = 0,03$
- 5.4- Couple résistant proportionnel au carré de la vitesse (ex. : ventilateur) : $C_r = f_2.N^2$ avec $f_2 = 2.10^{-5}$.

6- Réglage de la vitesse du moteur par variation de la tension d'alimentation

6.1- Au point de fonctionnement de l'ensemble {moteur + charge}, on a : $C_m = C_r$. Établir la relation $\Omega(U)$ avec pour paramètres K , C_r et R .

Cas particulier du fonctionnement à vide : écrire cette relation sous sa forme simplifiée si $C_r = 0$,

6.2- C_r est un couple de frottements secs constant C_f . Calculer la tension de seuil de démarrage U_0 à partir de laquelle le moteur peut démarrer. En déduire la relation $N(U)$. A.N.: $C_f = 5 \text{ Nm}$.

6.3- C_r est un couple tel que : $C_r = f_1 \cdot N + C_f$. Établir la relation $N(U)$. A.N.: $f_1 = 0,03$; $C_f = 5 \text{ Nm}$.

6.4- Tracer les courbes de réglage de la vitesse $N(U)$ pour $0 \leq U \leq 260 \text{ V}$, dans ces deux cas.

7- Étude des performances du moteur seul

7.1- Établir les relations $P_a(\Omega)$, $P_{em}(\Omega)$ et $\eta(\Omega)$ lorsque le moteur est alimenté sous sa tension nominale ($U = U_n$).

7.2- Montrer que P_{em} est maximale pour une valeur Ω_P que l'on précisera. A.N : calculer P_{em} , N et η , C_m et I en ce point. Ce point de fonctionnement est-il réellement utilisable ?

7.3- Montrer que le rendement η est maximal pour $\Omega = \Omega_{\max}$ (vitesse à vide).

7.4- Tracer les courbes $P_a(N)$, $P_{em}(N)$ et $\eta(N)$ pour $0 \leq N \leq N_{\max}$.

8- Fonctionnement en survitesse

Le constructeur indique que la vitesse de rotation de la machine ne doit pas dépasser 2380 tr/mn.

On suppose que le moteur fonctionne à vide ($C_r = 0$). On néglige la résistance R .

Pour des vitesses inférieures à la vitesse de base Ω_{\max} , le moteur est alimenté sous une tension d'induit variable (comme en Q. 6.1). La constante de couple k a pour valeur K calculée en Q. 1.2. Cette grandeur est dans ce cas indépendante de la vitesse.

8.1- Pour des vitesses supérieures à la vitesse de base Ω_{\max} , l'excitation est commandée par une chaîne auxiliaire. La tension d'induit est maintenue constante ($U = U_n$). Etablir la relation $k(\Omega)$ avec pour paramètres K et Ω_{\max} .

8.2- Tracer la courbe $k(N)$ pour $0 \leq N \leq 2380 \text{ tr/mn}$.

B) Moteur CC à excitation séparée en RÉGIME VARIABLE

On donne : moment d'inertie du moteur : $J_m = 0,053 \text{ kg.m}^2$

moment d'inertie de la charge ramené à l'arbre moteur : $J_r = 1 \text{ kg.m}^2$

On note J l'ensemble des moments d'inertie ramené à l'arbre moteur ($J = J_m + J_r$).

9- Démarrage sous tension variable

On rappelle que, au démarrage : $C_m = C_d = J \frac{\Delta\Omega}{\Delta t} + C_r$

(on suppose que la vitesse varie linéairement de 0 à Ω_{\max})

Le moteur entraîne une charge qui exerce un couple résistant constant C_r égal à $0,2C_u$.

Au démarrage, on limite le couple moyen à : $C_d = 1,6C_u$.

9.1- Calculer le temps de démarrage Δt pour passer de 0 à Ω_{\max} .

9.2- En déduire la relation entre Ω et t .

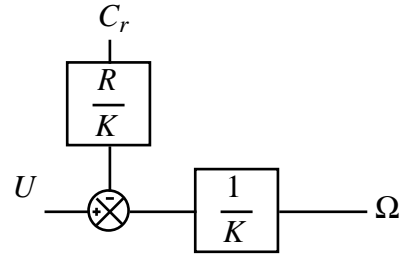
9.3- En déduire l'expression de la rampe de tension $U(t)$ qu'il faut appliquer au moteur pour réaliser ce démarrage.

10- Contrôle de vitesse : précision statique en boucle ouverte

10.1- Rappeler la relation $\Omega(U, C_r)$ établie au § 6.1

Montrer que cette relation équivaut au schéma fonctionnel ci-contre :

A.N. : écrire $\Omega(C_r)$ pour $U = U_n = 260 \text{ V}$

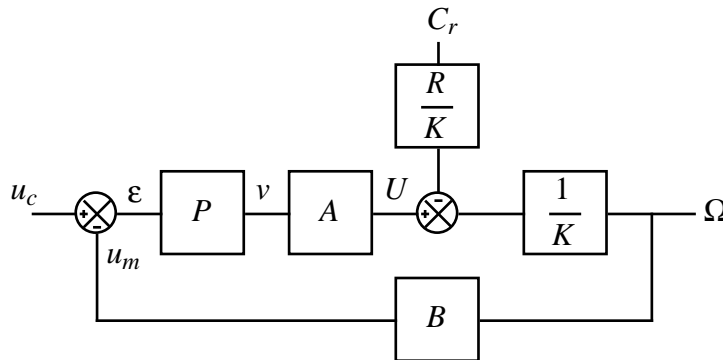


10.2- Sachant que $U = U_n = c^{te}$, rappeler les valeurs de Ω pour $C_r = 0$ puis pour $C_r = C_{un} = 65 \text{ Nm}$.

Si le couple résistant varie de 0 à C_u , en déduire la variation relative de vitesse $\frac{\Delta\Omega}{\Omega_{\max}} = \frac{\Omega_{\max} - \Omega}{\Omega_{\max}}$.

11- Contrôle de vitesse : précision statique en boucle fermée

Le moteur est inséré dans la boucle de régulation suivante (correction proportionnelle) :



amplificateur (A) :
 $v = 0 \Leftrightarrow U = 0$
 $v = 10 \text{ V} \Leftrightarrow U = 260 \text{ V}$
 mesure de vitesse (B) :
 $\Omega = 0 \Leftrightarrow u_m = 0 \text{ V}$
 $\Omega = \Omega_{\max} \Leftrightarrow u_m = 10 \text{ V}$
 correcteur proportionnel :
 $P = 10$

11.1- Calculer les coefficients A et B.

11.2- Établir la relation qui lie Ω à u_c et C_r (avec pour paramètres K, A, B, P et R). A.N.

11.3- Calculer Ω_0 pour $u_c = 10,8 \text{ V}$ et $C_r = 0$, puis Ω pour $u_c = 10,8 \text{ V}$ et $C_r = C_u$.

En déduire la variation relative de vitesse $\frac{\Delta\Omega}{\Omega_{0x}} = \frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega_0}$. Conclusion.

C) Moteur CC à excitation séparée en régime de fonctionnement DYNAMIQUE

12- Fonction de transfert

12.1- En boucle ouverte. En utilisant la notation de Laplace, établir la fonction de transfert

$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$ de l'ensemble { moteur + charge }. On note H_0 le gain statique.

Remarque : on posera $U' = U - U_0$ et $H'(p) = \frac{\Omega(p)}{U'(p)}$.

C32-2- MOTEUR CC + VENTILATEUR

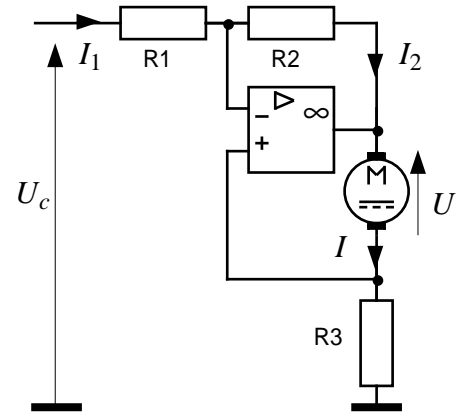
Un ventilateur est actionné par un moteur CC. L'entraînement est direct (pas de réducteur). Le moteur est commandé par un A. Op de puissance (voir schéma). On veut étudier le fonctionnement de l'ensemble en *régime statique*.

L'A. Op est supposé parfait. Le montage est supposé stable a priori.

Le moteur est équivalent à une fcem E en série avec une résistance r . On note K sa constante de couple et C_m son couple moteur ; sa vitesse de rotation est notée Ω en rad/s et N en tr/mn. Le couple résistant est noté C_r .

On rappelle les relations fondamentales du MCC en régime statique :

- (1) $U = E + rI$ $r = 4,7 \Omega$
- (2) $E = K\Omega$ $K = 0,027 \text{ Vs/rad}$
- (3) $C_m = KI$
- (4) $C_m = C_r$



Partie I : étude du circuit de commande

On veut calculer les valeurs des résistances qui permettent d'obtenir une fcem E proportionnelle à la tension de commande U_c .

- 1) Ecrire l'équation de la maille d'entrée $U_c = f_1(R_1, R_3, I_1, I)$
- 2) Ecrire l'équation de la maille comprenant le MCC, R_2 , et l'entrée de l'AOp. : $f_2(r, R_2, E, I, I_2) = 0$
- 3) En déduire la relation $U_c = f_3(E, I, r, R_1, R_2, R_3)$
- 4) Peut-on obtenir $E = \alpha U_c$? A quelle condition ? Que vaut le coefficient α ?

Partie II : étude du moteur

1) *Fonctionnement à vide, à U variable :*

On veut étudier les performances du moteur seul. Le couple résistant se réduit ici à : $C_r = C_f$, où C_f est un couple de frottement sec constant interne au moteur. On donne : $C_f = 4 \text{ mNm}$.

Etablir la relation $\Omega = f_4(U, r, K, C_f)$, U étant la variable, les autres grandeurs étant les paramètres. Montrer que le moteur ne peut démarrer qu'à partir d'une certaine valeur U_0 de la tension U (appelée *tension de seuil de démarrage*). A.N. : calculer U_0 .

2) *Fonctionnement en charge, à U constant (on donne : $U = 12 \text{ V}$) :*

On note : P_a puissance absorbée, P_J pertes Joule, P_{em} puissance électromagnétique, P_f pertes par frottement, P_u puissance utile, $\eta = P_u / P_a$ rendement global du moteur .

a) Etablir la relation $C_m = f_5(\Omega, r, K, U)$, où Ω est la variable. En déduire la valeur du couple de démarrage C_d , de la puissance absorbée maximale $P_{a\max}$, de la vitesse maximale de rotation Ω_0 . A.N.: calculer $C_d, P_{a\max}, \Omega_0, N_0$.

b) Soit $N = 2800 \text{ tr/mn}$. Etablir le bilan des puissances du moteur. A.N. : calculer les valeurs numériques des différentes puissances mises en jeu . Calculer le rendement global du moteur η .

c) Etablir la relation $P_u = f_6(\Omega, r, K, U)$, où Ω est la variable. Montrer que cette puissance est maximale pour une certaine vitesse que l'on calculera (en rad/s puis en tr/mn). En déduire la valeur de la puissance utile maximale $P_{u\max}$ et du rendement en ce point de fonctionnement.

Partie III : moteur entraînant le ventilateur (U = 12 V)

Le couple résistant C_r est constitué de C_f et du couple de la charge entraînée (le ventilateur). Celui-ci est tel que : $C_c = a\Omega^2$. On donne : $a = 10^{-6} \text{ uSI}$. Calculer la vitesse de rotation N .

C32-3- MOTORISATION D'UN TÉLÉSKI

Un téléski est motorisé par un moteur à courant continu Leroy-Somer ref LSK 2504C M de puissance utile $P_u = 51 \text{ kW}$ et de tension d'induit nominale $U_n = 260 \text{ V}$. *Documentation ci-dessous.*

**Moteurs à courant continu ouverts
LSK 2504C M**

Sélection

Moteur IP 23S - Ventilation IC 06 - Classe H
Alimentation en triphasé pont complet
Service S1 - Température ambiante $\leq 40 \text{ °C}$ - Masse totale : 1400 kg - Moment d'inertie : 4,1 kg.m²
Puissance d'excitation : 3 kW - Vitesse maximale mécanique : 2 100 min⁻¹

P	Vitesse de rotation n pour tension d'induit U							n _{maxi} Elec ^f	M	I	η	L	R _{115°}	U _{max}
	260 V	400 V	420 V	440 V	460 V	500 V	600 V							
kW	min ⁻¹	min ⁻¹	min ⁻¹	min ⁻¹	min ⁻¹	min ⁻¹	min ⁻¹	min ⁻¹	N.m	A	Hors excit.	mH	Ω	V
51	310							430	1571	260	0.75	1.85	0.25	650
86		510						710	1610	260	0.83	1.85	0.25	650
92			540					760	1627	260	0.84	1.85	0.25	650
97				570				800	1625	260	0.85	1.85	0.25	650
103					610			840	1613	260	0.86	1.85	0.25	650
113						660		910	1635	260	0.87	1.85	0.25	650
136							810	1090	1603	260	0.87	1.85	0.25	650
88	530							740	1586	400	0.85	0.74	0.092	650
142		870						1220	1559	400	0.89	0.74	0.092	650
151			910					1270	1585	400	0.90	0.74	0.092	650
158				960				1340	1572	400	0.90	0.74	0.092	650
167					1010			1400	1579	400	0.91	0.74	0.092	650
182						1100		1520	1580	400	0.91	0.74	0.092	650
221							1320	1830	1599	400	0.92	0.74	0.092	650
139	780							1090	1702	600	0.89	0.38	0.044	750
218		1200						1680	1735	600	0.91	0.38	0.044	750
232			1260					1760	1758	600	0.92	0.38	0.044	750
243				1320				1850	1758	600	0.92	0.38	0.044	750
257					1380			1930	1779	600	0.93	0.38	0.044	750
279						1500		2100	1776	600	0.93	0.38	0.044	750
335							1800	2100	1777	600	0.93	0.38	0.044	750

7. de plus grandes plages de vitesse par désexcitation peuvent être étudiées en fonction de l'application : nous consulter.

On rappelle les équations du moteur CC :

$U = E + R.I$

U : tension d'induit ; I : courant d'induit ; R : résistance d'induit ; E : f_{cem}

$E = K.Ω$

K : constante de couple ; $Ω$: vitesse de rotation

$C_m = K.I$

C_m : couple moteur

$C_m = J.dΩ/dt + C_r$

J : moment d'inertie total ; C_r : couple résistant de la charge entraînée

1- Lecture de la documentation

1.1- Noter les valeurs de : la vitesse de rotation nominale en charge N_n [tr/min] ; le couple moteur nominal C_n [Nm] ; le courant nominal I_n [A] ; la résistance d'induit R [Ω] ; le rendement η ; le moment d'inertie J_m du moteur.

1.2- Calculer la constante de couple de deux manières différentes (en précisant les unités) :

a) connaissant le couple et le courant nominaux.

b) connaissant la vitesse nominale, le courant nominal et la résistance d'induit (préciser dans ce cas la valeur numérique de la fcm E en fonctionnement nominal).

Valeur adoptée dans la suite du problème arrondie à 2 chiffres significatifs.

2- Bilan des puissances en fonctionnement nominal

2.1- Calculer la puissance électrique absorbée P_a et les pertes Joule dans l'induit P_{JR}

2.2- Conversion électro-mécanique : calculer la puissance électro-mécanique P_{em} .

2.3- Aux arrondis de mesure et de calcul près, que peut-on dire des pertes "Fer" ?

2.4- Calculer le rendement du moteur.

3- Réseau de caractéristiques mécaniques statiques

3.1- Établir la relation $C_m = f(\Omega)$ avec pour paramètres K , U et R . Écrire cette relation sous la forme : $C_m = A.N + B$ en précisant les expressions littérales de A et B .

3.2- Application numérique : calculer A et B , ainsi que la vitesse à vide N_{\max} (valeur de la vitesse lorsque le couple est nul) pour $U = 100 ; 200 ; 260 ; 300$ V. Echelle : 10 cm \leftrightarrow 200 tr/mn ; 5000 Nm

3.3- Tracer le réseau de caractéristiques statiques du moteur dans le plan $C_m = f(N)$.

4- Point de fonctionnement de l'ensemble { moteur + charge }

Le moteur tournant à sa vitesse nominale entraîne un télésiège par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse (supposé parfait, rendement 100%) et d'une poulie motrice de diamètre $D = 1,5$ m (voir schéma page suivante).

La vitesse linéaire du câble de traction est : $v = 3,5$ m/s

Lorsque le télésiège fonctionne à pleine charge, le couple exercé par le moteur est son couple nominal C_n . Lorsque le télésiège fonctionne à vide, le couple exercé est négligeable.

4.1- a) Calculer la vitesse de rotation N_p de la poulie motrice en tour/mn

b) Calculer le rapport de réduction r du réducteur

4.2- Fonctionnement à pleine charge

a) Calculer le couple résistant C_r exercé sur l'arbre de la poulie motrice

b) Placer le point de fonctionnement (marqué "C") sur le graphe du § 3.3

c) Calculer la tension du câble, notée T_n (force de traction exercée par la poulie motrice sur le câble).

4.3- Fonctionnement à vide

a) Placer le point de fonctionnement (marqué "V") sur le graphe du § 3.3

b) Quelle doit être pour ce fonctionnement la valeur de la tension d'alimentation du moteur ?

5- Démarrage

Après un arrêt momentané dû à un éventuel incident de service, il faut redémarrer le télésiège. A pleine charge (toutes les perches occupées), on rappelle que le couple exercé par le moteur est son couple nominal C_n . L'inertie de la charge J_c ramenée sur l'arbre moteur vaut 75 kg.m^2 .

5.1- Etablir l'expression de la fonction de transfert du moteur (moteur seul, sans charge)

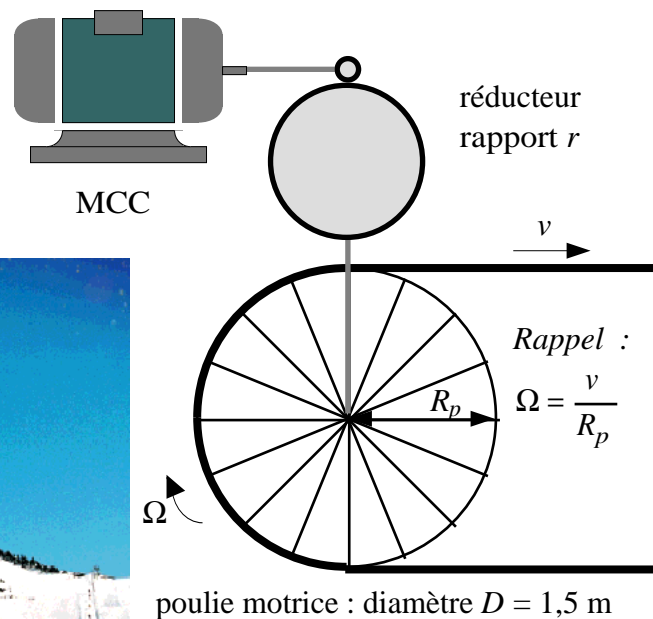
$$T(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$$

5.2- 1ère méthode de démarrage : on connecte brusquement le moteur, départ arrêté, à une source de tension de valeur égale à 260 V.

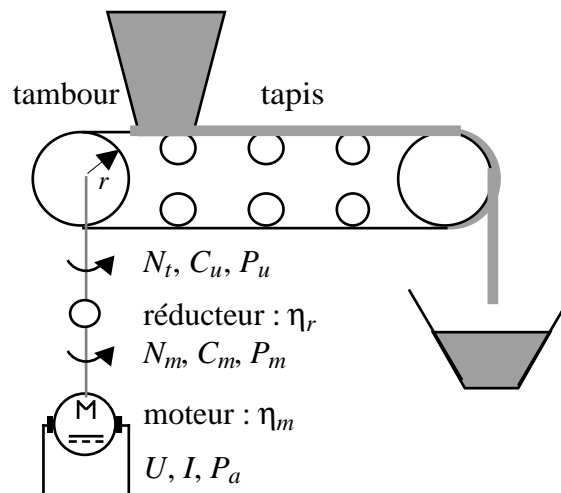
- Calculer I_{\max} , valeur du courant lorsque le moteur démarre.
- Que vaut alors le couple moteur ?
- Placer le point de fonctionnement au démarrage (marqué "D") sur le graphe du § 3.3
- Combien faut-il de temps pour que la vitesse atteigne 95% de sa valeur nominale ?
- Tracer succinctement l'évolution de la vitesse en fonction du temps.
- Conclusion.

5.3- 2ème méthode : de façon transitoire, on impose un couple de démarrage C_d égal à $1,5 C_n$. On fait varier linéairement la vitesse de rotation de 0 à Ω_n en Δt secondes par action sur U .

- Calculer Δt . En déduire l'expression $\Omega = f(t)$ de la vitesse de rotation.
- Sur le même graphe que précédemment, tracer l'évolution de la vitesse en fonction du temps.
- En déduire l'expression $U = f(t)$ de la rampe de tension qu'il faut appliquer. Application numérique : entre quelles valeurs la tension U doit-elle varier ? Quelle est la valeur du courant ?
- Tracer sur le graphe du § 4.3 la courbe représentant l'évolution du point de fonctionnement au démarrage.



C32-4- TAPIS ROULANT



Un tapis roulant, transportant des agrégats, comprend :

- tapis :
 - charge au mètre linéaire $m_l = 120 \text{ kg/m}$
 - vitesse de rotation des tambours $N_t = 5,54 \text{ tr/mn}$
 - rayon des tambours $r = 0,2 \text{ m}$.
 - couple résistant en charge (couple utile, côté tapis) $C_u = 590 \text{ Nm}$
 - moment d'inertie mesuré sur l'axe du tambour : $J_T = 2200 \text{ kg.m}^2$
- réducteur : rendement : $\eta_r = 0,91$
- moteur CC (alimenté par l'induit, à excitation indépendante) :
 - vitesse de fonctionnement (nominal) du moteur : $N_n = 1000 \text{ tr/mn}$
 - rapport du couple de démarrage au couple nominal : $C_d/C_n = 1,2$
 - rendement : $\eta_m = 0,83$
 - tension d'alimentation nominale $U = 160 \text{ V}$
- un variateur de vitesse monophasé pont mixte (tension réseau : 220 V)
 - réglage du relais de protection thermique à $I_r = 5\text{A}$.

Calculer :

- 1- la vitesse linéaire v du tapis en m/h
- 2- le débit Q du tapis en t/h
- 3- le rapport de réduction n
- 4- la puissance utile P_u demandée par le tapis à pleine charge.
- 5- la puissance mécanique du moteur P_m
- 6- la puissance électrique absorbée par le moteur P_a
- 7- le courant I absorbé par l'induit du moteur
- 8- le couple moteur nominal C_n
- 9- la constante du moteur K
- 10- la résistance de l'induit R
- 11- On suppose que le couple résistant est constant quelle que soit la vitesse du tapis. Établir l'expression littérale de la caractéristique statique de commande de l'ensemble {moteur + charge} $\Omega = g(U)$.
- 12- En déduire la valeur de la tension de seuil de démarrage U_0 (c'est-à-dire : tension d'alimentation à partir de laquelle le moteur peut démarrer)
- 13- Le démarrage de l'installation s'effectue avec une accélération a et un couple de démarrage C_d

constants. Que vaut le temps de démarrage Δt ? Déterminer l'équation $U(t)$ de la tension d'alimentation en fonction du temps que le variateur doit fournir au démarrage.

14- Quelle serait la valeur du courant si l'on appliquait intégralement à l'instant $t = 0$ la tension nominale $U = 160 \text{ V}$? Conclusion ?

15- Etude du fonctionnement en régime dynamique : établir l'équation différentielle qui lie $\Omega(t)$ et U , en fonction de R, K, J, C_r .

16- En déduire une valeur numérique de la constante de temps τ du système.

17- Alors que le moteur tourne à la vitesse N_n on coupe l'alimentation, U passant instantanément de 160 à 0 V. Combien de temps faut-il au système pour s'arrêter ? (pour calculer ce temps d'arrêt, établir d'abord la solution complète de l'équation différentielle).

REPONSES

C32-1- MOTEUR CC À EXCITATION SÉPARÉE

Tableau de calculs :

Un	260	V						
Pun	8200	W						
Nn	1200	tr/mn						
Cun	65	Nm						
In	40	A						
η	0,79							
L	0,014	H						
R	1,39	Ω						
11 $\Omega_n = 2\pi N_n/60$	125,7	rad/s						
12 $E_n = U_n - R \cdot I$	204,4	V						
12 $K = E_n/\Omega$	1,627	Vs/rad						
13 $C_m = K \cdot I_n$	65	Nm						
22 $I_{max} = U_n/R$	187	A	Cmax	304	Nm			
23 $\tau_r = 3 \cdot L/R$	0,030	s						
24 $U_d = 1,6 \cdot I_n \cdot R$	89	V						
31 $P_a = U_n \cdot I_n$	10400	W						
$P_{jr} = R \cdot I^2$	2224	W						
32 $P_{em} = P_a - P_{jr}$	8176	W						
$P_{em} = E \cdot I$	8176	W						
$P_{em} = C_m \cdot I_n$	8176	W						
33 η	0,79							
41 $A = (2\pi/60) \cdot K^2/R$	0,20	Nm/tr/mn						
$B = K \cdot U/R$	304	Nm						
42 $C_{max} = KU/R$	304	Nm						
$\Omega_{max} = U/K$	160	rad/s						
$N_{max} = 60 \cdot \Omega_{max}/2\pi$	1526	tr/mn						
43 U (V)	260		195		130		65	
démarrage (0 tr/mn ; Cd)	0	304	0	228	0	152	0	76
marche (Nmax ; 0 Nm)	1526	0	1145	0	763	0	382	0
51 $N = (B-30)/A$	1376	tr/mn						
$N = B/(A+0,03)$	1327	tr/mn						
N	1345	tr/mn						
62 $U_o = RC_f/K$	4,3	V						
72 $P_{umax} = U^2/4R$	12158	W						
η	0,5							
$\Omega = U/2K \Rightarrow N_p$	763	tr/mn						
$C_m = KU/2R$	152	Nm						
$I = U/2R$	94	A						

A) Régime de fonctionnement STATIQUE

1.1- $\Omega_n = 2\pi N_n / 60 = 125,7 \text{ rad/s}$

1.2- $E_n = U_n - R.I = 204,4 \text{ V} \Rightarrow K = E_n / \Omega = 1,627 \text{ Vs/rad ou Nm/A}$

1.3- $C_m = K.I_n = 65 \text{ Nm} \Rightarrow C_m \approx C_u \Rightarrow$ pertes "Fer" négligeables

2.1- $I = (U - E) / R$

2.2- $\Omega = 0 \Rightarrow E = 0 \Rightarrow I = I_{\max} = U_n / R = 187 \text{ A} ! \Rightarrow C_m = C_{d\max} = K.I_{\max} = 304 \text{ Nm} !$

2.3- $t_r = 3\tau = 3L / R = 0,03 \text{ s} !$

2.4- $C_d = 1,6C_n \Rightarrow I_d = 1,6I_n = 64 \text{ A} \Rightarrow U_d = R.I_d = 89 \text{ V}$

3.1- $P_a = U_n.I_n = 10400 \text{ W} ; P_{JR} = R.I_n^2 = 2224 \text{ W}$

3.2- $P_{em} = P_a - P_{JR} = 8176 \text{ W} ; P_{em} = E_n.I_n = 8176 \text{ W} ; P_{em} = C_m.\Omega_n = 8176 \text{ W}$

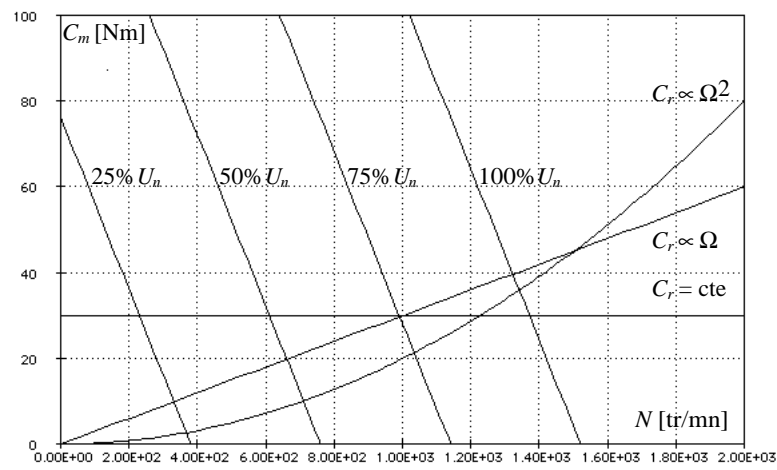
3.3- $\eta = P_{em} / P_a = 0,79 \Rightarrow$ on vérifie que les pertes "Fer" sont négligeables.

$$4.1. \left. \begin{array}{l} U = E + R.I \\ E = K.\Omega \\ C_m = K.I \end{array} \right\} \Rightarrow C_m = -\frac{K^2}{R}\Omega + \frac{K}{R}U$$

4.2- avec : $C_d = \frac{K}{R}U$ et $\Omega_{\max} = \frac{U}{K}$; $N_{\max} = \frac{60}{2\pi}\Omega_{\max}$

U	260	195	130	65
démarrage (Cd)	304	228	152	76
marche (Ω_{\max})	159,8	119,9	79,9	40,0
marche (Nmax)	1526	1145	763	382

4.3-



$$5.1- C_m = -\frac{K^2}{R}\Omega + \frac{K}{R}U = -\frac{2\pi K^2}{60 R}N + \frac{K}{R}U = -A.N + B \text{ avec } A = 0,20 \text{ Nm/tr/mn et } B = 304 \text{ Nm}$$

$$5.2- -0,2N + 304 = 65 \Rightarrow N = (304 - 32,5) / 0,2 = 1200 \text{ tr/mn}$$

$$5.3- -0,2N + 304 = 0,03N \Rightarrow N = 304 / (0,03 + 0,2) = 1322 \text{ tr/mn}$$

$$5.4- -0,2N + 304 = 2.10^{-5} N^2 \Rightarrow N = \frac{-0,2 + \sqrt{0,2^2 + 4.2.10^{-5}.304}}{2.2.10^{-5}} = 1340 \text{ tr/mn}$$

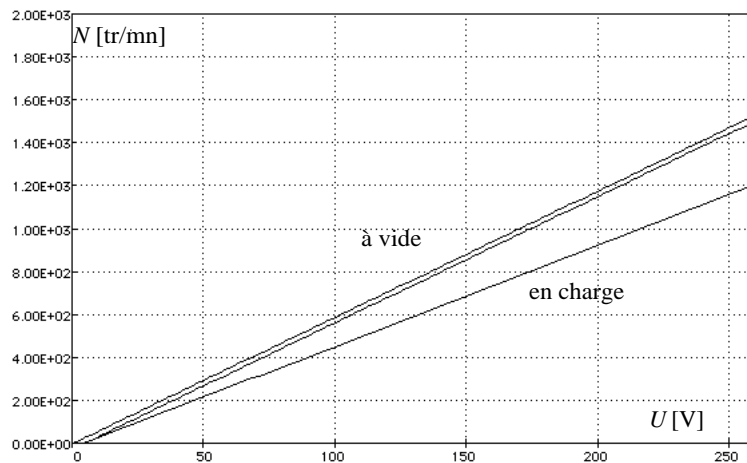
$$6.1- \left. \begin{array}{l} U = K\Omega + R \frac{C_m}{K} \\ C_m = C_r \end{array} \right\} \Rightarrow \Omega = \frac{U}{K} - \frac{RC_r}{K^2} = \frac{1}{K} \left(U - \frac{RC_r}{K} \right)$$

$$C_r = 0 \Rightarrow \Omega = U / K = 159,8 \text{ rad/s}$$

$$6.2- C_r = C_f \Rightarrow U_0 = \frac{RC_f}{K} = 4,3 \text{ V et } N = \frac{60 U - U_0}{2\pi K} = 5,87(U - 4,3) \text{ tr/mn}$$

$$6.3- C_r = f_1.N + C_f \Rightarrow N = \frac{60}{2\pi} \frac{U - U_0}{K + \frac{60 R f_1}{2\pi K}} = 5,78(U - 4,3) \text{ tr/mn}$$

6.4-



$$7.1- \text{Rappel : } C_m = -\frac{K^2}{R}\Omega + \frac{K}{R}U$$

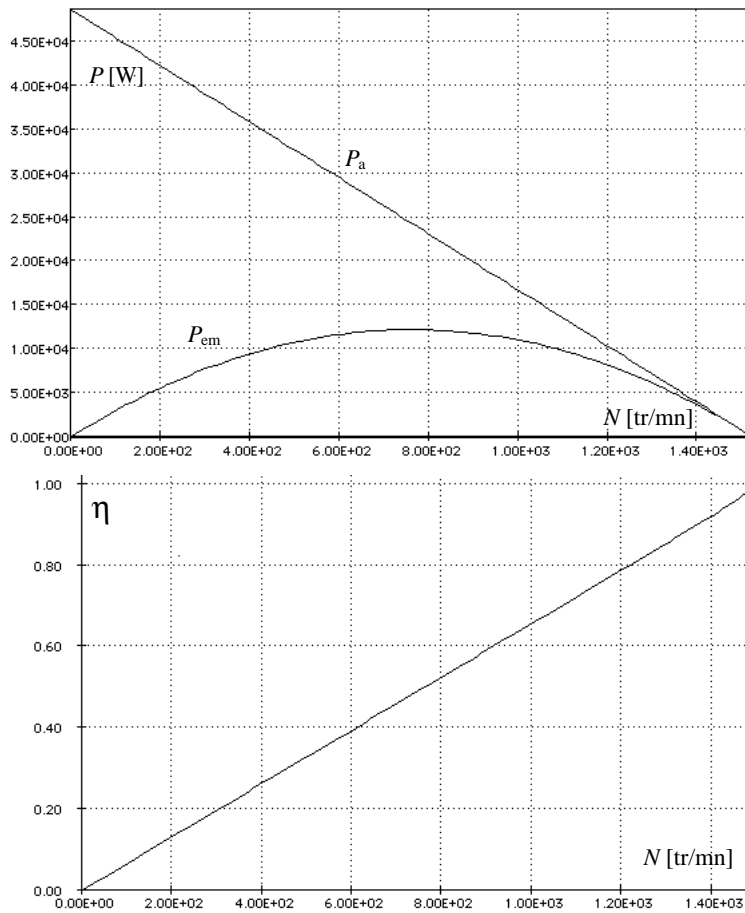
$$\Rightarrow P_a = U.I = U \frac{C_m}{K} = -\frac{KU}{R}\Omega + \frac{U^2}{R} ; P_{em} = C_m.\Omega = -\frac{K^2}{R}\Omega^2 + \frac{KU}{R}\Omega ; \eta = \frac{P_{em}}{P_a} = \frac{K\Omega}{U} = \frac{\Omega}{\Omega_{\max}}$$

$$7.2- \Rightarrow \frac{dP_{em}}{d\Omega} = -2\frac{K^2}{R}\Omega + \frac{K}{R}U = 0 \Rightarrow P_{em\max} = \frac{U^2}{4R} \text{ pour } \Omega_P = \frac{U}{2K}$$

avec $\eta = 0,50$; $C_m = KU / 2R$; $I = C_m / R = 94 \text{ A}$! Point de fonctionnement inutilisable !

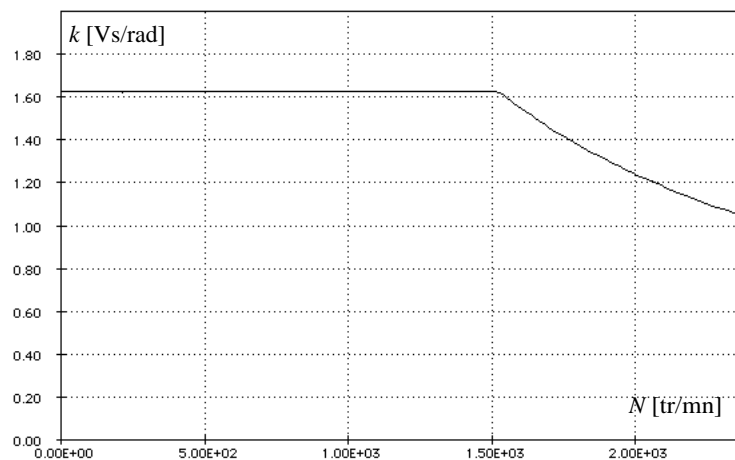
7.3- $\eta = \frac{P_{em}}{P_a} = \frac{K \Omega}{U} = \frac{\Omega}{\Omega_{max}} \Rightarrow \eta = 1$ pour $\Omega = \Omega_{max}$

7.4-



8.1- $\left. \begin{array}{l} \Omega < \Omega_{max} : U = K \cdot \Omega \Rightarrow U_n = K \cdot \Omega_{max} \\ \Omega > \Omega_{max} : U = k \cdot \Omega \end{array} \right\} \Rightarrow k = K \frac{\Omega_{max}}{\Omega} = K \frac{N_{max}}{N}$

8.2-



B) Moteur CC à excitation séparée en RÉGIME VARIABLE

$$9.1- J = 1,053 \text{ k.m}^2 \Rightarrow 1,6C_u = J \frac{\Omega_{\max}}{\Delta t} + 0,2C_u \Rightarrow \Delta t = \frac{J \cdot \Omega_{\max}}{1,4C_u} \approx 1,45 \text{ s}$$

$$9.2- \Rightarrow \Omega = \frac{\Omega_{\max}}{\Delta t} t = 86,4 t$$

$$9.3- \text{rappel} : C_d = 1,6C_n = 104 \text{ Nm} \Rightarrow I = C_d / K = 64 \text{ A} \Rightarrow U = K\Omega + RI = 140t + 89 \text{ [V]}$$

$$10.1- \left. \begin{array}{l} U = E + R.I \\ E = K.\Omega \\ C_m = K.I = C_r \end{array} \right\} \Rightarrow \Omega = \frac{1}{K} \left(U - \frac{R.C_r}{K} \right) = 159,8 - 0,525 C_r$$

$$10.2- C_r = 0 \Rightarrow \Omega = \Omega_{\max} = U / K = 159,8 \text{ rad/s et } C_r = 65 \text{ Nm} \Rightarrow \Omega = 125,7 \text{ rad/s} \Rightarrow \frac{\Delta\Omega}{\Omega_{\max}} = 21\%$$

$$11.1- A = 26 ; B \approx 0,08 \text{ Vs/rad}$$

11.2-

$$\left. \begin{array}{l} K\Omega = U - \frac{RC_r}{K} \\ U = AP\varepsilon = APu_c - APB\Omega \end{array} \right\} \Rightarrow \Omega(K + APB) = APu_c - \frac{RC_r}{K} \Rightarrow \Omega = \frac{AP}{K + APB} u_c - \frac{R}{K(K + APB)} C_r$$

$$\Rightarrow \Omega = 11,6 u_c - 0,038 C_r$$

$$11.3- u_c = 10,8 \text{ V et } C_r = 0 \Rightarrow \Omega_0 = 125,2 \text{ rad/s}$$

$$u_c = 10,8 \text{ V et } C_r = C_u \Rightarrow \Omega = 122,7 \text{ rad/s} \Rightarrow \Delta\Omega/\Omega_0 \approx 2\%$$

Conclusion : la variation de vitesse est environ 10 fois plus faible avec régulation (21% de variation si pas de régulation : voir question 10.2)

C) Moteur CC à excitation séparée en régime de fonctionnement DYNAMIQUE

$$12.1- \text{Voir cours} : H'_M(p) = \frac{\Omega}{U'} = \frac{\frac{1}{K}}{1 + \frac{RJ}{K^2}p} = \frac{H_0}{1 + \tau p}$$

C32-2- MOTEUR CC + VENTILATEUR

Partie I : étude du circuit de commande

$$1) U_c = R_1 I_1 + R_3 I$$

$$2) R_2 I_2 + E + r I = 0$$

$$3) I_1 = I_2 \Rightarrow U_c = I \left(R_3 - r \frac{R_1}{R_2} \right) - \frac{R_1}{R_2} E$$

4) Pour que U_c et E soient proportionnels, il faut que le terme entre parenthèse soit nul :

$$\Rightarrow R_3 = r \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow E = -\frac{R_2}{R_1} U_c \Rightarrow \Omega = -\frac{1}{K} \frac{R_2}{R_1} U_c \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{K} \frac{R_2}{R_1}$$

Partie II : étude du moteur

1) Fonctionnement à vide, à U variable :

$$\left. \begin{array}{l} C_m = K I = C_f \Rightarrow I = \frac{C_f}{K} \\ U = E + r I \text{ avec } E = K \Omega \end{array} \right\} \Rightarrow U = K \Omega + r \frac{C_f}{K} \Rightarrow \Omega = \frac{1}{K} \left(U - \frac{r C_f}{K} \right)$$

$$\text{A.N. : } U_0 = \frac{r C_f}{K} = \frac{4,7 \cdot 0,004}{0,027} \approx 0,7 \text{ V}$$

2) Fonctionnement en charge, à U constant

$$a) \quad U = E + r I \Rightarrow I = \frac{U - K \Omega}{r} \Rightarrow C_m = -\frac{K^2}{r} \Omega + \frac{K U}{\underbrace{r}_{C_d}}$$

$$\text{A.N. : } C_d = \frac{K U}{R} \approx 69 \text{ mNm}$$

$$\Omega_{\max} = \Omega_0 = \frac{U}{K} \approx 444 \text{ rad/s} \Rightarrow N_0 \approx 4244 \text{ tr/mn}$$

$$P_a = U I = \frac{U}{r} (U - K \Omega) \Rightarrow P_{a \max} = \frac{U^2}{r} = \frac{12^2}{4,7} \approx 30,6 \text{ W}$$

$$b) \quad N = 2800 \text{ tr/mn} \Rightarrow \Omega = 2\pi \frac{N}{60} \approx 293 \text{ rad/s}$$

$$C_m = -\frac{K^2}{r} \Omega + C_d \approx 0,023 \text{ Nm}$$

$$I = \frac{C_m}{K} \approx 0,869 \text{ A}$$

$$P_a = U I \approx 10,5 \text{ W}$$

$$P_J = r I^2 = 3,55 \text{ W}$$

$$P_{em} = C_m \Omega \approx 6,95 \text{ W} \quad (\text{ou } P_{em} = P_a - P_J)$$

$$P_u = \frac{C_m - C_f}{\Omega} \approx 5,7 \text{ W}$$

$$P_f = C_f \Omega \approx 1,2 \text{ W} \quad (\text{ou } P_f = P_{em} - P_u)$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} \approx 55\%$$

$$c) P_u = (C_m - C_f)\Omega = -\frac{K^2}{r}\Omega^2 + \left(\frac{KU}{r} - C_f\right)\Omega = -\frac{K^2}{r}\Omega^2 + \frac{K}{r}(U - U_0)\Omega \text{ avec } U_0 = \frac{RC_f}{K} = 0,7 \text{ V}$$

$$\Rightarrow \frac{dP_u}{d\Omega} = -2\frac{K^2}{r}\Omega + \frac{K}{r}(U - U_0) = 0 \text{ pour } \Omega = \frac{U - U_0}{2K} \approx 209 \text{ rad/s} \text{ soit } N \approx 2000 \text{ tr/mn}$$

$$\Rightarrow P_{u\max} = \frac{(U - U_0)^2}{4R} \approx 6,8 \text{ W}$$

$$C_m = -\frac{K^2}{r}\Omega + C_d \approx 0,036 \text{ Nm}$$

$$I = \frac{C_m}{K} \approx 1,35 \text{ A}$$

$$P_a = UI \approx 16,2 \text{ W}$$

$$P_{em} = C_m\Omega \approx 7,6 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} \approx 42\%$$

Partie III : moteur entraînant le ventilateur (U = 12 V)

$$\left. \begin{array}{l} C_m = C_f + C_c = C_f + a\Omega^2 \\ U = E + rI = K\Omega + r\frac{C_m}{K} \\ U_0 = \frac{rC_f}{K} \end{array} \right\} \Rightarrow U = K\Omega + r\frac{C_f + a\Omega^2}{K} \Rightarrow U - U_0 = K\Omega + r\frac{a\Omega^2}{K}$$

$$\text{D'où l'équation du 2° degré : } \Omega^2 + \frac{K^2}{ar}\Omega - \frac{K}{ar}(U - U_0) = \Omega^2 + B\Omega + C = 0$$

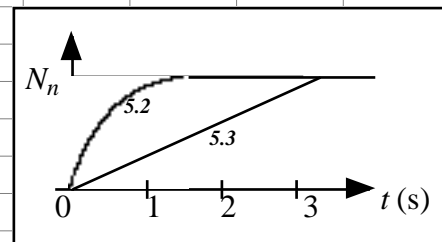
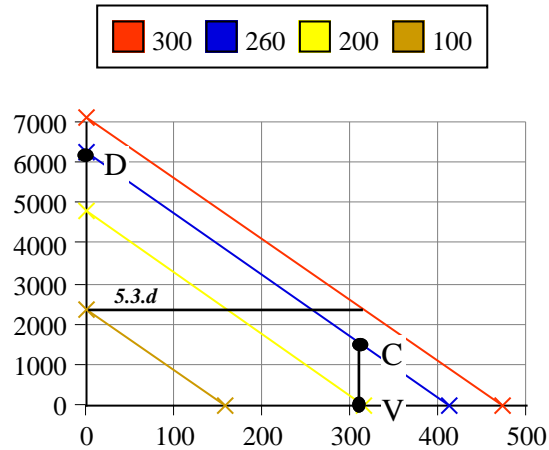
$$\text{Avec : } B = \frac{K^2}{ar} \approx 155 ; C = -\frac{K}{ar}(U - U_0) \approx -64,9 \cdot 10^3$$

$$\Rightarrow \Omega = \frac{-155 + \sqrt{155^2 + 4 \cdot 64,9 \cdot 10^3}}{2} \approx 189 \text{ rad/s}$$

(seule la solution positive a une signification physique), soit $N \approx 1800 \text{ tr/mn}$

C32-3- MOTORISATION D'UN TÉLÉSKI

	Un	260	V	v	3,5	m/s			
	Pun	51000	W	Rp	0,75	m			
	Nn	310	tr/mn	Jc	75	kg.m2			
	Cn	1571	Nm						
	In	260	A						
	η	0,75							
	L	0,00185	H						
	R	0,25	Ω						
	Jm	4,1	kg.m2						
12	$\Omega_n = 2\pi N_n/60$	32,5	rad/s						
	$E_n = U_n - R \cdot I$	195	V						
	$K = E_n/\Omega$	6,007	Vs/rad						
	$K = C_m/I_n$	6,042	Nm/A						
21	$P_a = U_n \cdot I_n$	67600	W						
	$P_{jr} = R \cdot I^2$	16900	W						
22	$P_{em} = P_a - P_{jr}$	50700	W						
	$P_{em} = E \cdot I$	50700	W						
23	$P_f = P_{em} - P_u$	-300	négligeable						
24	η	0,75							
31	$A = (2\pi/60) \cdot K^2/R$	15,11	Nm/tr/mn						
	$B = K \cdot U/R = C_d$								
	$N_{max} = (60/2\pi) \cdot U/K$								
32	U (V)	300		260		200		100	
	démarrage (0 tr/mn ; Cd)	0	7208	0	6247	0	4805	0	2403
	marche (Nmax ; 0 Nm)	474	0	411	0	316	0	158	0
41	$N_p = (60/2\pi) \cdot v/R_p$	44,56	tr/mn						
	$r = N_n/N_p$	7,0							
42	$C_r = r \cdot C_m$	10928	Nm	43	Cr à vide	0	Nm		
	$T_n = C_r/R_p$	14571	Nm						
	$U = K \Omega + R C_r/K$	260	V		U à vide	195	V		
51	$T = (1/K)/(1+\tau \cdot p)$								
	$\tau_{méca} = R(J_m+J_c)/K^2$	0,542	s						
52	$I_{max} = U_n/R$	1040	A						
	$C_{dmax} = K I_{max}$	6284	Nm						
	tr méca = 3 tau méca	1,62	s						
53	$\Delta t = (J_m+J_c) \cdot \Omega_n/(C_d-C_n)$	3,27	s						
	$\Omega = (\Omega_n/\Delta t) \cdot t$	9,9	rad/s/s						
	$I = C_d/K$	390	A						
	$U = K \cdot \Omega + R \cdot I$	98	V (mini)	292	V (maxi)				



Conclusion : la commande en rampe est intéressante, voire indispensable, car elle permet un démarrage en douceur. Dans le cas contraire, le skieur subit un choc violent au départ du téléski !

C32-4- TAPIS ROULANT

1- $v = r \cdot \Omega_t$ avec $\Omega_t = 2\pi \frac{N_t}{60} = 0,58 \text{ rad/s} \Rightarrow v = 0,116 \text{ m/s} = 418 \text{ m/h}$

2- $Q = m_l \cdot v = 50 \text{ t/h}$

3- $n = \frac{N_n}{N_t} = 180$

4- $P_u = C_u \cdot \Omega_t = 342 \text{ W}$

5- $P_m = \frac{P_u}{\eta_r} = 376 \text{ W}$

6- $P_a = \frac{P_m}{\eta_m} = 453 \text{ W}$

7- $I = \frac{P_a}{U} = 2,83 \text{ A}$

8- $C_m = C_n$ (couple nominal) = $\frac{P_m}{\Omega_n}$ avec $\Omega_n = 2\pi \frac{N_n}{60} = 104,7 \text{ rad/s} \Rightarrow C_n \approx 3,6 \text{ Nm}$.

NB : sachant que $C_m = C_r$, on peut aussi calculer ce couple par $C_r = \frac{1}{\eta_r} \frac{C_u}{n} = \frac{590}{0,91 \cdot 180} = 3,6 \text{ Nm}$

9- $K = \frac{C_m}{I} = 1,27 \text{ Nm/A}$

10- $U = E + R \cdot I$ avec $E = K \cdot \Omega \Rightarrow R = \frac{U - K \cdot \Omega}{I} = 9,6 \Omega$

11-
$$\begin{cases} U = E + RI = K\Omega + \frac{RC_m}{K} \\ C_m = C_r \text{ (régime statique)} \end{cases} \Rightarrow \Omega = \frac{1}{K} \left(U - \frac{RC_r}{K} \right)$$

12- $U_0 = \frac{RC_r}{K} = 27 \text{ V}$

13- Couple d'accélération : $C_a = C_d - C_n = 0,2C_n = 0,2 \cdot 3,6 = 0,72 \text{ Nm}$

Moment d'inertie ramené sur l'arbre moteur : $J = \frac{J_T}{n^2} = 0,0679 \text{ kg.m}^2$

Accélération : $C_a = J \cdot a \Rightarrow a = 10,6 \text{ rad/s}^2$

Temps de démarrage : $a = \frac{\Omega_n - 0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t \approx 10 \text{ s}$

Courant de démarrage : $I_d = \frac{C_d}{K} = 3,4 \text{ A}$ (constant pendant tout le démarrage)

On veut : $\Omega = a \cdot t \Rightarrow$ il faut que le variateur fournisse une rampe de tension telle que :

$U = K \cdot a \cdot t + R \cdot I_d = 13,5 t + 32 \Rightarrow U \approx 160 \text{ V}$ à partir de $t = 9,5 \text{ s}$

14- On aurait à $t = 0$ (et donc pour $\Omega = 0$) un courant $I = \frac{U}{R} \approx 17 \text{ A}$ très supérieur à I_r ! Ce qui entraînerait le déclenchement du relais thermique.

15-
$$\begin{cases} U = E + RI = K\Omega + \frac{RC_m}{K} \\ C_m = J \frac{d\Omega}{dt} + C_r \text{ (régime dynamique)} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\frac{RJ}{K^2}}_{\tau=0,4s} \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = \frac{1}{K} \left(U - \frac{RC_r}{K} \right)$$

16- $\tau = 0,4 \text{ s}$

$$17- \Omega = ke^{-t/\tau} - \frac{U_0}{K}$$

avec $\Omega(0) = k - \frac{U_0}{K} = 104,7 \text{ rad/s} \Rightarrow k = 126 \text{ rad/s}$ (constante d'intégration)

Calcul du temps d'arrêt : $0 = ke^{-t/\tau} - \frac{U_0}{K} \Rightarrow t = \tau \ln \frac{kK}{U_0} \approx 0,71 \text{ s}$

