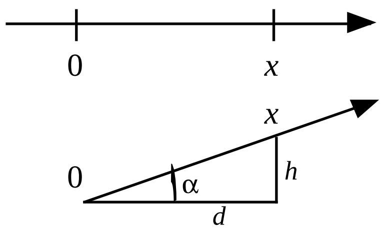
Cinématique

TRANSLATION

• **Distance :** x [m]



Pente [%] $= (\tan\alpha).100\% = \left(\frac{h}{d}\right)100\%$

1 mille nautique	= 1852 m
= 1 minute d'arc du d° de longitude	

1 mile	*= 1609 m*
1 yd (yard)	*= 0,914 m*
1 ft (foot, pied)	*= 30,48 cm*
1 in (inch, pouce)	*= 2,54 cm*

• **Vitesse :** v [m/s]

$$\begin{cases} \text{instantanée :} & v = x' = \dfrac{dx}{dt} \\ \text{moyenne :} & \overline{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \end{cases}$$

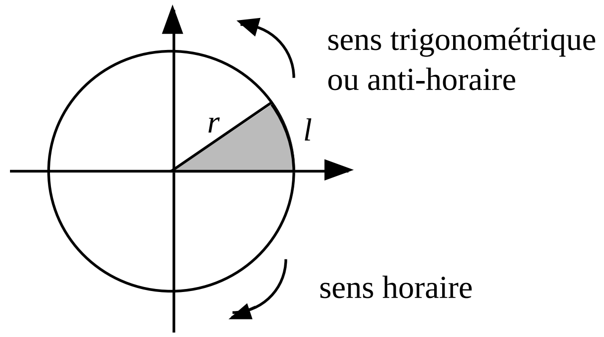
1 m/s	= 3,6 km/h
1 nœud marin	= 1,852 km/h
1 mach	≈ vitesse du son

Vitesse du son ≈ 340 m/s

Vitesse de la lumière = 3.10^8 m/s

ROTATION

• **Angle :** $\theta = \frac{l}{r}$ [rad]



2π rad	= 360° (degrés)
2π rad	= 400 g (grades)

• **Vitesse angulaire :** Ω **[rad/s]**

$$\begin{cases} \text{instantanée :} & \Omega = \theta' = \dfrac{d\theta}{dt} \\ \text{moyenne :} & \overline{\Omega} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} \end{cases}$$

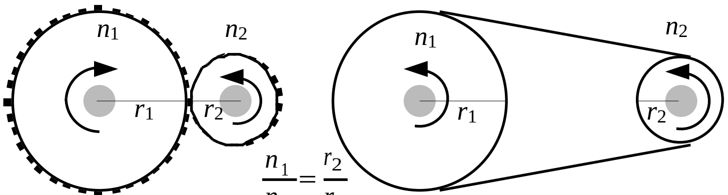
$\Omega = 2\pi n$ n **[tour/s]**

$\Omega = \frac{2\pi}{60}N$ N **[tour/mn]**

1 tour/s	= 2π rad/s
1 tour/mn	= $2\pi/60$ rad/s

rpm (revolutions per minute) = tr/mn

Engrenages et poulies :



$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

• Accélération : a [m/s²]

$$\begin{cases} \text{instantanée : } & a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} \\ \text{moyenne : } & \bar{a} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \end{cases}$$

Accélération de la pesanteur : g = 9,81 m/s²

• Accélération angulaire : θ" [rad/s²]

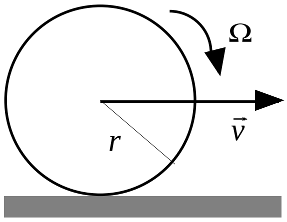
$$\begin{cases} \text{instantanée : } & \theta'' = \dfrac{d\Omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2} \\ \text{moyenne : } & \overline{\theta''} = \dfrac{\Delta \Omega}{\Delta t} \end{cases}$$

• Cas d'une roue : relation entre mouvements rectiligne et circulaire

$$x = r.\theta$$

$$v = r.\Omega = 2\pi.r.n = \frac{2\pi}{60} r.N$$

$$a = r.\theta''$$



• Mouvement uniforme :

$x = v.t$

v = c^{te}

a = 0

θ = Ω.t

Ω = c^{te}

θ" = 0

• Mouvement uniformément accéléré *(départ arrêté)* **:**

$$x = \frac{1}{2} a.t^2$$

$v = a.t$

a = c^{te}

$$\theta = \frac{1}{2}\theta''.t^2$$

Ω = θ".t

θ" = c^{te}

Accélération constante, de 0 à v m/s (ou freinage uniforme, de v à 0 m/s) :

accélération ou décélération : $$a = \frac{v}{t} = \frac{2x}{t^2} = \frac{v^2}{2x}$$

temps d'accélération ou de freinage : $$t = \frac{v}{a} = \frac{2x}{v} = \sqrt{\frac{2x}{a}}$$

distance d'accélération ou de freinage : $$x = \frac{1}{2} a.t^2 = \frac{1}{2} v.t = \frac{1}{2}\frac{v^2}{a}$$

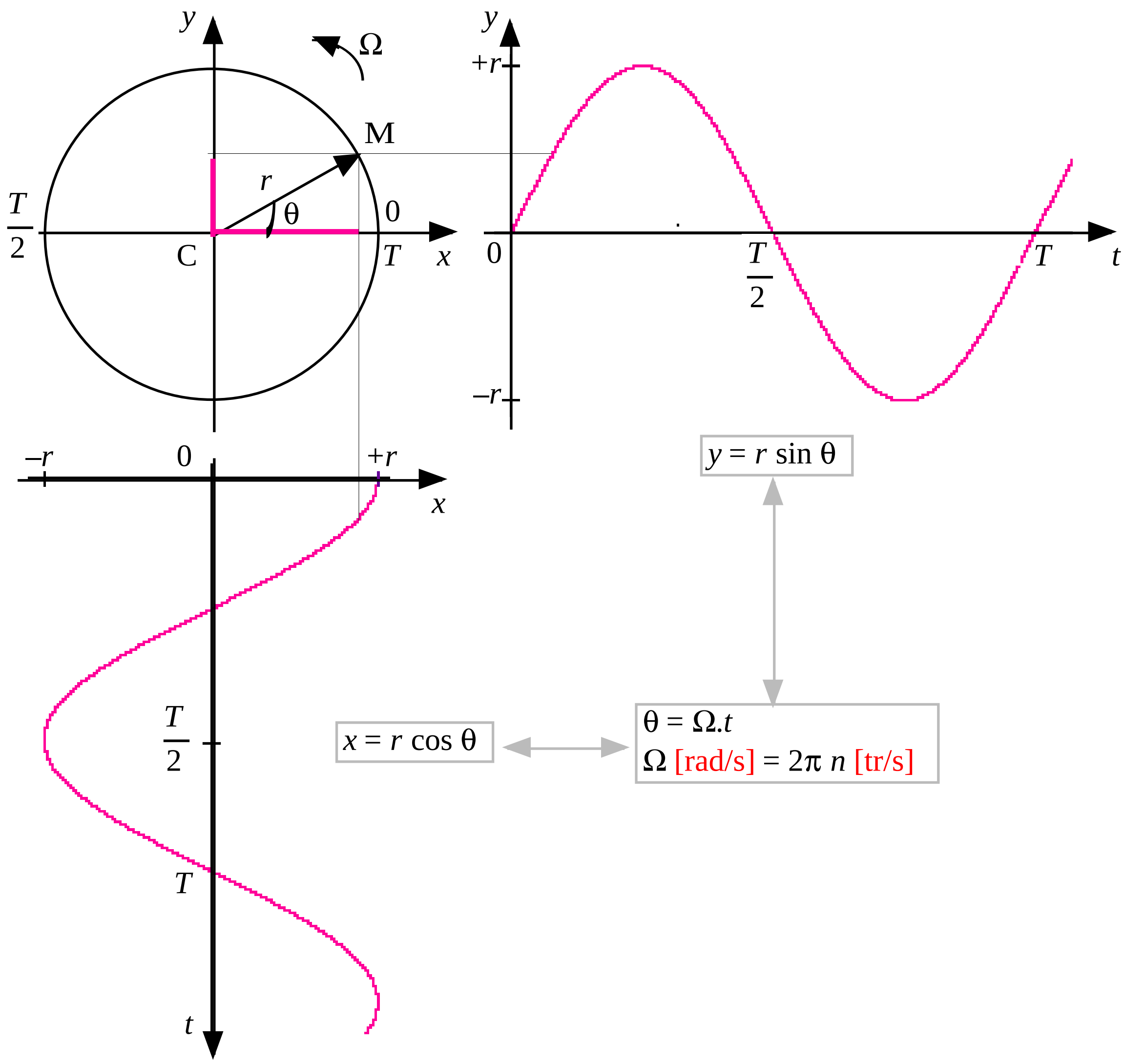
Accélération constante, de v_0 (vitesse initiale) *à v m/s (ou freinage uniforme, de v à* v_0 *m/s) :*

accélération ou décélération : $$a = \frac{v - v_0}{t} = 2\frac{x - v_0 t}{t^2} = \frac{v^2 - v_0^2}{2x}$$

temps d'accélération ou de freinage : $$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{2x}{v + v_0} = -\frac{v_0}{a} + \sqrt{\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 + \frac{2x}{a}}$$

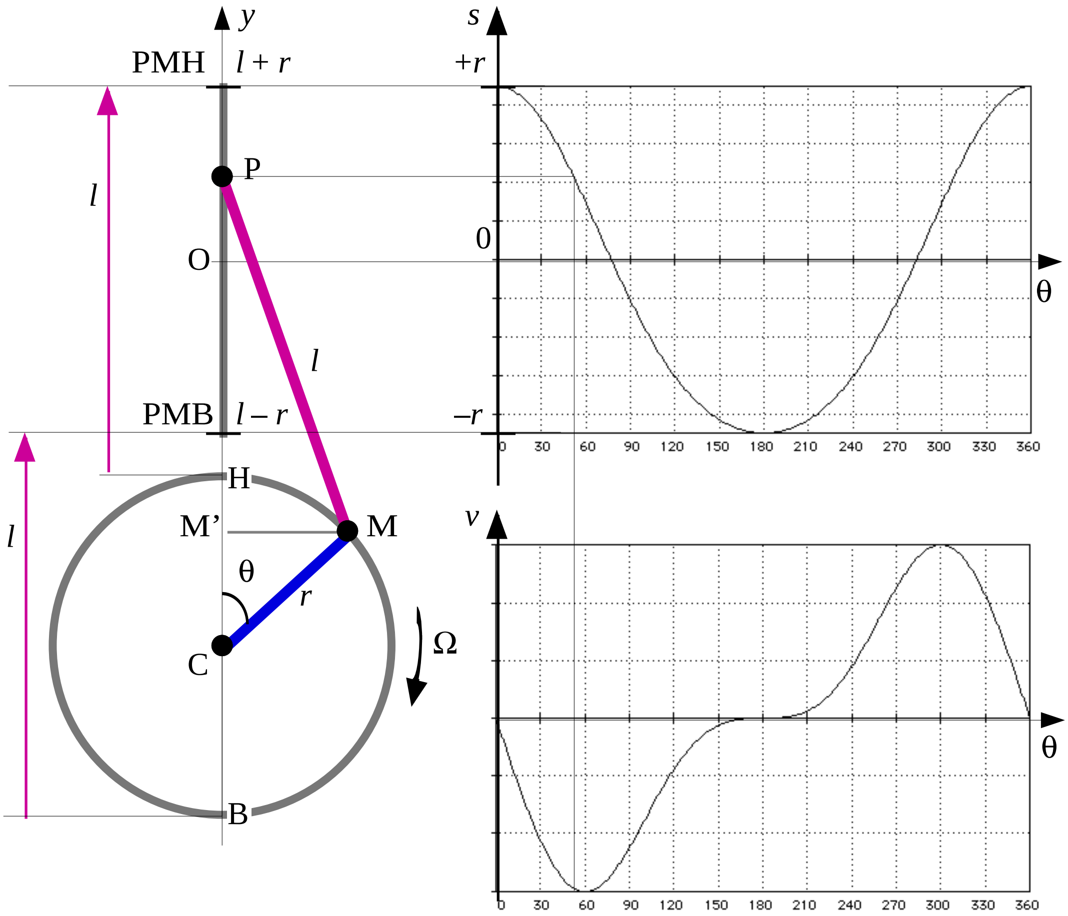
distance d'accélération ou de freinage : $$x = \frac{1}{2} a.t^2 + v_0 t = \frac{1}{2}(v + v_0).t = \frac{1}{2}\frac{v^2 - v_0^2}{a}$$

• Projection d'un mouvement circulaire sur un axe



• Système bielle-manivelle

Exemples : bielle - vilebrequin *ou, de façon plus approximative :* jambe (cycliste) - pédale (vélo)



Point M : mouvement circulaire de vitesse Ω rad/s et de rayon *r*

Point P : mouvement rectiligne alternatif de vitesse *v* et d'abscisse :

y (abscisse mesurée à partir du point C)

ou $s = y - l$ (abscisse mesurée à partir du point O milieu du segment PMB.PMH)

PMB (Point Mort Bas) : M est en B ⇒ P est au PMB ⇒ $y = l - r \Leftrightarrow s = -r$

PMH (Point Mort Haut) : M est en H ⇒ P est au PMH ⇒ $y = l + r \Leftrightarrow s = +r$

Calcul de y en fonction de θ, en posant $\lambda = \dfrac{r}{l}$, avec $\lambda < 1$ (voiture : $\lambda \approx 0{,}3$) :

$$\left.\begin{aligned} &y = CM' + M'P \\ &CM' = r\cos\theta \\ &M'P^2 = l^2 - MM'^2 \\ &MM' = r\sin\theta \end{aligned}\right\} \Rightarrow y = r\cos\theta + \sqrt{l^2 - (r\sin\theta)^2} = l\left[\lambda\cos\theta + \sqrt{1 - (\lambda\sin\theta)^2}\right]$$

$$\Rightarrow s = y - l = l\left[\lambda\cos\theta + \sqrt{1 - (\lambda\sin\theta)^2} - 1\right]$$

Vitesse de P, sachant que $\dfrac{d\theta}{dt} = \Omega$:

$$v = \frac{ds}{dt} = l\left[-\lambda\Omega\sin\theta - \frac{2\lambda\Omega\sin\theta\cos\theta}{2\sqrt{1 - (\lambda\sin\theta)^2}}\right] = -l\lambda\Omega\sin\theta\left[1 + \frac{\cos\theta}{\sqrt{1 - (\lambda\sin\theta)^2}}\right] \qquad (\text{avec : } l\lambda = r)$$