Conversion électromécanique

1- Modèle général de convertisseur d'énergie électromécanique

1.1 Bilan des puissances

P_a : Puissance électrique absorbée

P_J : Pertes "Joule" (échauffement de la partie électrique)

P_{em} : Puissance électromécanique, résultat de la conversion *supposée parfaite* de la puissance électromagnétique en puissance mécanique.

P_F : Pertes mécaniques. *On suppose que ces pertes sont proportionnelles à la vitesse de rotation*, le facteur de proportionnalité étant équivalent à un couple de frottements C_F supposé constant et indépendant de la vitesse (≈ couple de frottements "secs").

P_u : Puissance mécanique utile

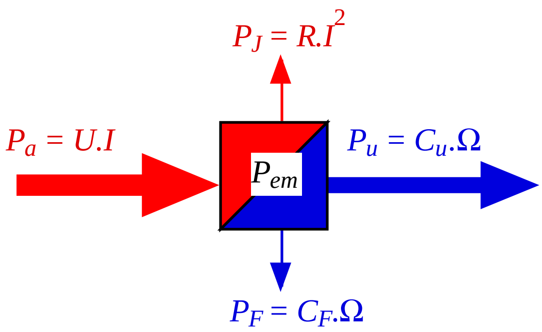
η : Rendement du convertisseur : $\eta = \dfrac{P_u}{P_a}$

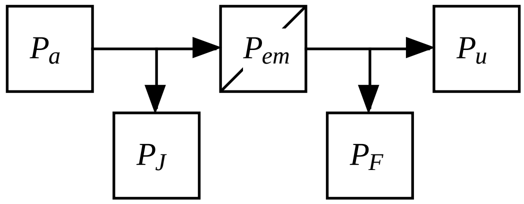
I, U : Courant absorbé et tension d'alimentation. *On se limite au cas où le convertisseur est alimenté en courant continu.*

R : Résistance équivalente du circuit électrique, vue par l'alimentation, correspondant au pertes Joule. *On suppose R constante.*

Ω : Vitesse de rotation

C_u : Couple mécanique utile.





Bilan des puissances :

$$\begin{cases} P_a = P_J + P_{em} \\ P_{em} = P_F + P_u \end{cases}$$

soit :

$$\begin{cases} U.I = R.I^2 + P_{em} \\ P_{em} = C_F\Omega + C_u\Omega \end{cases}$$

1.2 Conversion électromécanique parfaite

Le couple total produit par le convertisseur est proportionnel au courant absorbé :
$C_F + C_u = K.I$

On appelle K : *"Constante de couple"* [Nm/A]

1.3. Paramètres :

Constantes : R, K, C_F

Variables : (U, I), respectivement (Ω, C_u)

1.4 Modèle électrique

Du point de vue électrique, le convertisseur se comporte comme un récepteur de fem *E* et de résistance interne *R :*

$$\left.\begin{array}{l} U.I = R.I^2 + P_{em} \\ P_{em} = (C_F + C_u)\Omega \\ C_F + C_u = K.I \end{array}\right\} \Rightarrow U = \underbrace{K.\Omega}_{E} + R.I$$

NB1 : ce schéma est réversible : un fonctionnement en récupération d'énergie est possible si de l'énergie mécanique est disponible sur l'arbre moteur (exemple : freinage ou descente). Le convertisseur devient générateur électrique.

NB2 : si la charge mécanique impose le couple, le convertisseur se comporte comme une source de courant.

1.5. Modèle mécanique

1.5.1. Cas particuliers de fonctionnement :

fonctionnement à vide

par définition : $C_u = 0$

$I = I_0$ (courant à vide, $\neq 0$)

$$\left.\begin{array}{l} C_F + C_u = K.I_0 \\ C_u = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow I_0 = \frac{C_F}{K} = c^{te}$$

$\Omega = \Omega_0$ (vitesse à vide)

$$\left.\begin{array}{l} U.I_0 = R.I_0^2 + P_{em} \\ P_{em} = C_F\Omega_0 + 0 \\ C_F = K.I_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \Omega_0 = \frac{U - U_0}{K}$$

fonctionnement au démarrage

par définition : $\Omega = 0$

$I = I_d$ (courant de démarrage)

$$\left.\begin{array}{l} U.I_d = R.I_d^2 + P_{em} \\ P_{em} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow I_d = \frac{U}{R}$$

$C_u = C_{ud}$ (couple utile au démarrage)

$$\left.\begin{array}{l} C_F + C_u = K.I_d \\ C_F = K.I_0 \end{array}\right\} \Rightarrow C_{ud} = K.(I_d - I_0)$$

Pour que le moteur puisse démarrer, il faut donc au minimum que :

$U \geq U_0$ avec $U_0 = R.I_0 = \dfrac{RC_F}{K}$ $\qquad$ $I_d \geq I_0$

U_0 est appelée *tension de seuil de démarrage.*

1.5.2. Cas général :

calcul dans le plan vitesse-couple

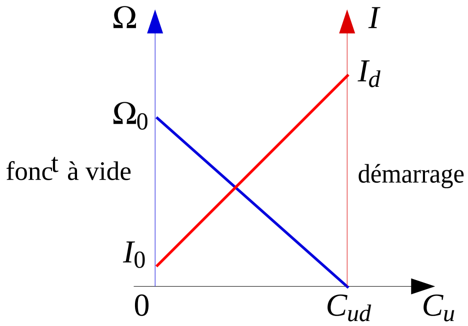
courant :

$$\left.\begin{array}{l} C_F + C_u = K.I \\ C_F = K.I_0 \end{array}\right\} \Rightarrow I = \frac{C_u}{K} + I_0$$

vitesse :

$$\left.\begin{array}{l} U.I = R.I^2 + P_{em} \\ P_{em} = (C_F + C_u)\Omega \\ C_F + C_u = K.I \end{array}\right\} \Rightarrow \Omega = \frac{U - R.I}{K}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow \Omega = -\frac{R}{K^2}C_u + \Omega_0}$$



calcul dans le plan couple-vitesse

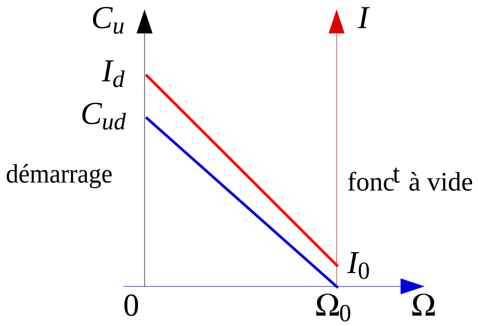
courant :

$$\left.\begin{array}{l} U.I = R.I^2 + P_{em} \\ P_{em} = (C_F + C_u)\Omega \\ C_F + C_u = K.I \end{array}\right\} \Rightarrow I = -\frac{K}{R}\Omega + I_d$$

couple utile :

$$\left.\begin{array}{l} C_F + C_u = K.I \\ C_F = K.I_0 \end{array}\right\} \Rightarrow C_u = K(I - I_0)$$

$$\boxed{\Leftrightarrow C_u = -\frac{K^2}{R}\Omega + C_{ud}}$$



2- **Etude en variables réduites.**

2.1. Calculs. On pose :

$\lambda = \frac{I_0}{I_d} = \frac{U_0}{U}$ Rapport entre le courant à vide et le courant de démarrage (pour une tension d'alimentation U donnée). Ce paramètre (< 1) est généralement de faible valeur, pour un convertisseur performant.

$\Omega_{\max} = \frac{U}{K}$ $\Rightarrow$ $\Omega_0 = \Omega_{\max}(1 - \lambda)$; NB : $\Omega_{\max} > \Omega_0 \Rightarrow \Omega_{\max}$ n'est jamais atteinte en pratique !

$C_{\max} = K.I_d$ $\Rightarrow C_{ud} = C_{\max}(1 - \lambda)$; NB : $C_{\max} > C_{ud} \Rightarrow C_{\max}$ n'est jamais atteint en pratique !

$x = \frac{\Omega}{\Omega_{\max}}$ Variable réduite de vitesse

$y = \frac{C_u}{C_{\max}}$ Variable réduite de couple utile

$P_{\max} = U.I_d = \frac{U^2}{R}$ Puissance absorbée au démarrage

D'où, après calculs, les relations suivantes :

	dans le plan vitesse-couple :		***dans le plan couple-vitesse :***
• Courant :	$I = I_d(y + \lambda)$		$I = I_d(-x+1)$
• Vitesse :	$x = -y + 1 - \lambda$	***• Couple :***	$y = -x + 1 - \lambda$
• Puissance absorbée :	$P_a = P_{\max}(y + \lambda)$		$P_a = P_{\max}(-x+1)$
• Puissance utile :	$P_u = P_{\max}\, yx$		$P_u = P_{\max}\, xy$
• Rendement :	$\eta = \frac{yx}{y+\lambda}$		$\eta = \frac{xy}{-x+1}$

- La puissance utile est maximale pour :

$$P_u = P_{\max}\, x(-x+1-\lambda)$$

$$\frac{dP_u}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1-\lambda}{2} \Rightarrow P_{u\max} = P_{\max}\frac{(1-\lambda)^2}{4} = R\frac{(I_d - I_0)^2}{4} = \frac{(U - U_0)^2}{4R}$$

(même résultat si calcul en fonction de y)

La puissance utile maximale est atteinte pour une vitesse proche de $\Omega_{\max}/2$ et vaut environ :

$$P_{u\max} \approx \frac{U^2}{4R} = \frac{P_{\max}}{4}$$

- Le rendement est maximal pour :

$$\eta = \frac{x(-x+1-\lambda)}{-x+1}$$

$$\frac{d\eta}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{\lambda} \Rightarrow \boxed{\eta_{\max} = \left(1-\sqrt{\lambda}\right)^2 = \left(1 - \sqrt{\frac{I_0}{I_d}}\right)^2}$$

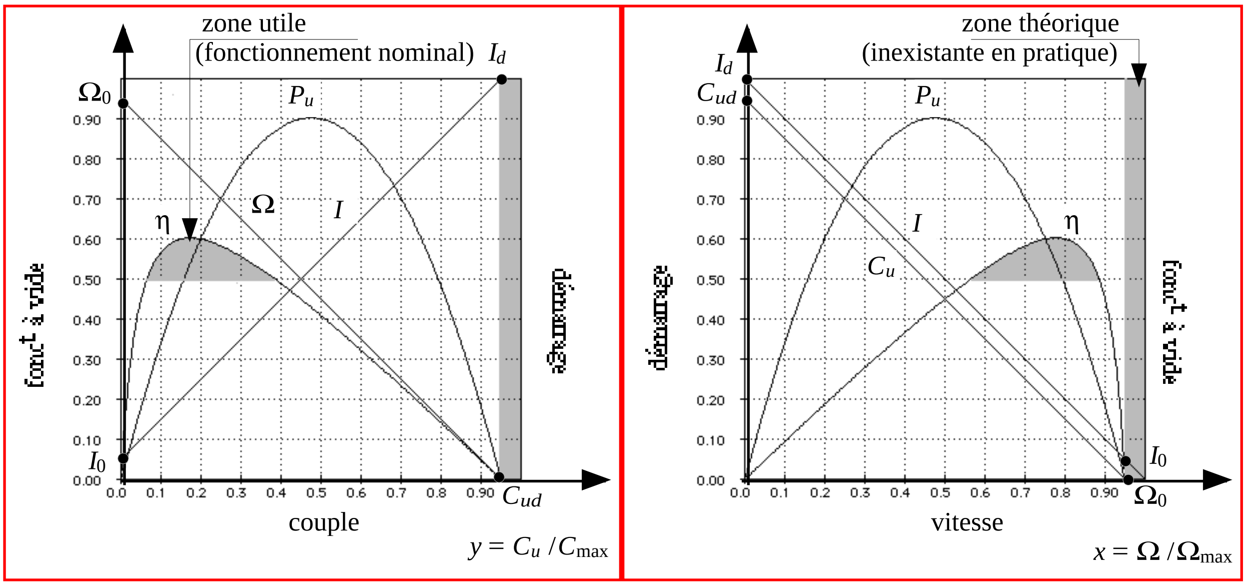
(même résultat si calcul en fonction de y)

2.2. Graphes

On choisit $\lambda = 0{,}05$, soit $I_d = 20\ I_0$.

On représente les graphes $I(C_u)$, $\Omega(C_u)$, $P_u(C_u)$, $\eta(C_u)$, et respectivement $I(\Omega)$, $C_u(\Omega)$, $P_u(\Omega)$, $\eta(\Omega)$, par le biais des variables réduites $x = \dfrac{\Omega}{\Omega_{\max}}$, $y = \dfrac{C_u}{C_{\max}}$, $\dfrac{P_a}{P_{\max}}$, $\dfrac{P_u}{P_{u\max}} = 4\dfrac{P_u}{P_{\max}}$:

plan vitesse-couple *plan couple-vitesse*



Ces courbes sont données pour une valeur de la tension d'alimentation U supposée constante.

On constate que, si U est élevée, le courant de démarrage peut atteindre des valeurs très importantes : c'est un des rôles du variateur de contrôler la tension et de limiter le courant au démarrage.

En revanche, le fait d'avoir un couple maximal au démarrage est une donnée favorable dans le domaine des transports.

Mais ce point de fonctionnement doit rester un état transitoire, car le rendement au démarrage est faible, et le reste dans une zone étendue de variation des paramètres. En pratique, c'est-à-dire en fonctionnement nominal, il convient donc se positionner vers la zone "utile" où le rendement est proche de son maximum (zone de forte vitesse et de faible couple), supérieur à une certaine valeur. Cest pourquoi il peut être nécessaire d'associer au moteur un réducteur (ou *motoréducteur*).

Une autre stratégie consiste à faire varier la tension d'alimentation U.

3- Rendement

3.1. Variation de U

Etude réalisée dans le plan couple-vitesse.

Principe du calcul : on utilise les variables électriques pour limiter la complexité des expressions littérales, sachant que :

$E = K.\Omega$

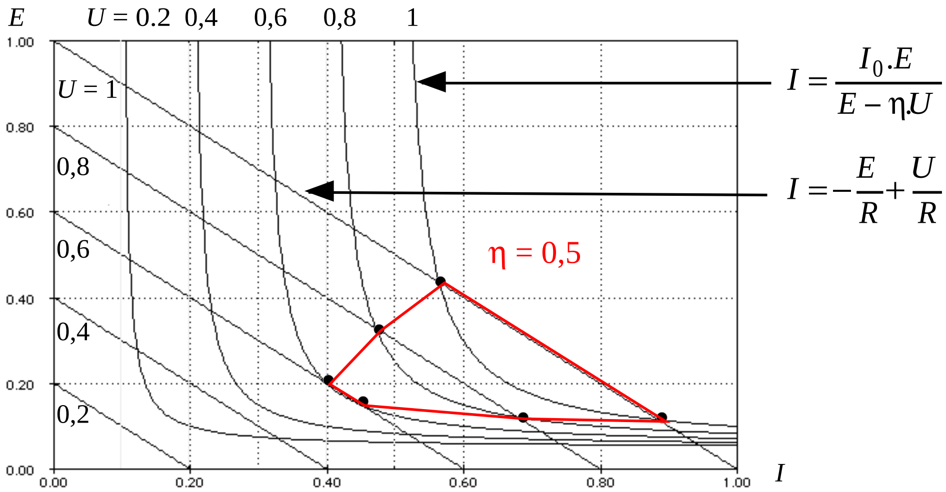
$C_u = K.I - I_0$

Le point de fonctionnement du convertisseur pour un rendement donné se trouve à l'intersection de deux courbes, la première étant fournie par l'équation électrique et la seconde par l'équation du rendement :

$$\begin{cases} U = E + R.I \\ \eta = \dfrac{C_u.\Omega}{U.I} = \dfrac{K(I - I_0).\Omega}{U.I} = \dfrac{(I - I_0).E}{U.I} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = -\dfrac{E}{R} + \dfrac{U}{R} \\ I = \dfrac{I_0.E}{E - \eta.U} \end{cases}$$

En faisant varier *U*, ces relations conduisent respectivement à deux réseaux de courbes. L'ensemble des points d'intersection est une courbe dite "d'isorendement" représentant tous les points de fonctionnement possibles pour un rendement donné.

Exemple avec $\eta = 0{,}5$; $I_0 = 0{,}05$; $R = 1$; *I*, *U* et *E* variant arbitrairement de 0 à 1 :



3.2. Cartes d'isorendement

Principe du calcul : pour établir la relation générale *I*(*E*) de cette famille de courbes paramétrées par η, on élimine le paramètre *U* entre les deux équations précédentes. On trouve, avec $U_0 = R.I_0$:

$$\eta U^2 - E(1+\eta)U + E(E + U_0) = 0 \Rightarrow U = \frac{E(1+\eta) \pm \sqrt{E^2(1+\eta)^2 - 4\eta E(E + U_0)}}{2\eta}$$

D'où l'ensemble des relations *I*(*E*) d'après $I = -\dfrac{E}{R} + \dfrac{U}{R}$, ce qui permet d'établir les cartes d'isorendement du convertisseur. Avec les mêmes conventions que précédemment, on trouve :

$U_0 = 0{,}05$ (convertisseur de faible qualité) $U_0 = 0{,}01$ (convertisseur de qualité meilleure)